

GUÍA DEL MAESTRO
ÁREA DE SUPERFICIE I

AUTOR: Prof. Raúl E. Marrero Luna

MATERIA: Matemáticas **NIVEL:** 4-6

CONCEPTO PRINCIPAL: Área de superficie

CONCEPTOS SECUNDARIOS: Área de: paralelogramo, cuadrado, triángulo, círculo, rectángulo; perímetro y circunferencia

CONOCIMIENTO PREVIO: Unidades cuadradas, paralelogramo, cuadrado, triángulo, círculo, rectángulo, ancho, largo, unidades de medidas, longitud, base, altura, radio, diámetro.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Mediante las experiencias de aprendizaje, los participantes:

- determinarán la fórmula de área del paralelogramo.
- determinarán la fórmula de área del triángulo.
- identificarán la base y la altura de paralelogramos y triángulos.
- determinarán la medida de área de paralelogramos y triángulos.
- calcularán el área de paralelogramos y triángulos.
- utilizarán instrumentos de medición para medir segmentos y circunferencias.
- hallarán la medida del área de regiones poligonales irregulares.
- descubrirán el número π .
- determinarán la fórmula para la circunferencia de un círculo.
- hallarán la medida de la circunferencia de un círculo.
- determinarán la fórmula de área de un círculo.
- hallarán el área de una región circular.
- resolverán situaciones que involucren área de figuras.

ESTÁNDARES, EXPECTATIVAS E INDICADORES POR GRADO

Cuarto Grado

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 4: MEDICIÓN

El estudiante es capaz de utilizar sistemas, herramientas y técnicas de medición para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.

9.0 LONGITUD, PERÍMETRO Y ÁREA. Aplica los conceptos perímetro, área, longitud y selecciona la unidad de medida más apropiada.

M.UM.4.9.1 Utiliza las medidas apropiadas para medir el área de figuras rectangulares.

M.TM.4.9.2 Distingue que las figuras que tienen la misma área pueden tener perímetros distintos o figuras que tienen el mismo perímetro pueden tener áreas diferentes.

M.TM.4.9.3 Determina y utiliza fórmulas para resolver problemas que involucran el perímetro y el área de cuadrados y rectángulos.

M.UM.4.9.4 Determina la unidad de medida apropiada en la solución de problemas que involucren longitud, tiempo, capacidad o peso.

10.0 ATRIBUTOS DE LAS FIGURAS. Mide las propiedades físicas de las figuras.

M.TM.4.10.1 Compara objetos con respecto a una propiedad dada como longitud, perímetro, área, volumen y tiempo transcurrido y temperatura.

M.TM.4.10.2 Estima el perímetro, el área y el volumen de figuras irregulares.

M.UM.4.10.3 Selecciona el instrumento apropiado de medida.

Quinto Grado

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 4: MEDICIÓN

El estudiante es capaz de utilizar sistemas, herramientas y técnicas de medición para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.

11.0 ÁREA Y VOLUMEN. Estima y calcula el área y volumen de objetos.

M.TM.5.11.1 Distingue los conceptos de perímetro, área, longitud, volumen, peso y medida de un ángulo, para seleccionar la unidad de medida más apropiada.

M.TM.5.11.2 Desarrolla y usa la fórmula para el área de un triángulo y de un paralelogramo comparándolas con la fórmula del área de un rectángulo y utiliza estrategias de estimación de perímetro, área y volumen de figuras irregulares.

Sexto Grado

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 4: MEDICIÓN

El estudiante es capaz de utilizar sistemas, herramientas y técnicas de medición para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.

13.0 LONGITUD, PERÍMETRO, ÁREA, VOLUMEN. Distingue entre área y longitud, aplica las fórmulas para hallar el perímetro/circunferencia y el área de triángulos, cuadriláteros, círculos y las figuras compuestas por estas figuras.

- M.UM.6.13.1 Distingue e identifica la unidad apropiada para medidas de longitud y área.
- M.TM.6.13.3 Describe y utiliza la relación entre la circunferencia y el diámetro de un círculo ($C = \pi d$) e identifica y explica las relaciones entre las fórmulas ($C = 2\pi r$; $A = \pi r^2$).
- M.TM.6.13.4 Determina y estima la longitud, el perímetro, el área, el volumen, la circunferencia, la medida de ángulos, el peso, la hora y la temperatura.
- M.UM.6.13.5 Aplica los conceptos de perímetro y área.
- M.TM.6.13.6 Resuelve problemas de área y circunferencia del círculo.

14.0 UNIDADES ESTANDARIZADAS. Aplica unidades estandarizadas para medir ángulos, triángulos y cuadriláteros.

- M.TM.6.14.1 Halla el perímetro y el área de figuras compuestas dividiéndolas en figuras conocidas (triángulos, cuadriláteros entre otras).
- M.TM.6.14.2 Determina el área y perímetro de triángulos y cuadriláteros utilizando fórmulas y cuadrículas.
- M.TM.6.14.3 Determina la relación que existe entre área y perímetro.

TRASFONDO

Generalmente el concepto área se inicia demostrando al estudiante que la unidad cuadrada es más apropiada que otras unidades para medir una superficie. Sin embargo, la selección de la unidad cuadrada es una decisión históricamente arbitraria. El **área** es una medida de la cantidad de superficie interior que hay en una figura simple cerrada. El requisito básico que deber tener una unidad de medida de área es que esta unidad pueda colocarse sobre una superficie completamente, sin superponerse y sin dejar espacios. Solamente existen tres polígonos regulares que sirven para este propósito: el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono.

Con frecuencia has escuchado frases como “el área de estacionamiento es de...”, “el local tiene un área de...”, “el área de juego de la cancha de baloncesto es de...”, “esta alfombra cubre un área de...”, “con un galón de esta pintura se pintar un área de...”. Todas estas frases tienen en común la palabra **área**. En ellas, el **área** sigue una medida de superficie. El **área** es una medida de superficie y se expresa en unidades cuadradas como: metros cuadrados, pies cuadrados, millas cuadradas, pulgadas cuadradas entre otros. Además, para desarrollar la fórmula de área del círculo es necesario que el estudiante haya realizado actividades sobre área de cuadriláteros y triángulos, acerca de circunferencia de un círculo y conozca el número π .

GLOSARIO

- **Área:** es la medida de la superficie que ocupa una figura cerrada.
- **Perímetro:** es la medida de la longitud del contorno o borde de una figura cerrada.
- **Unidad cuadrada:** es la unidad para medir área como metro cuadrado o pie cuadrado.
- **Paralelogramo:** es un cuadrilátero con sus dos pares de lados opuestos paralelos.
- **Rectángulo:** es un cuadrilátero con cuatro ángulos rectos. Los lados opuestos de un rectángulo son congruentes (tienen la misma longitud) y son paralelos.
- **Cuadrado:** es un cuadrilátero con todos sus lados de la misma longitud y con todos sus ángulos rectos.
- **Rombo:** es un paralelogramo con sus cuatro lados de la misma longitud, o congruentes.
- **Romboide:** cuadrilátero dos pares distintos de lados congruentes adyacentes (consecutivos).
- **Trapezio:** es un cuadrilátero con uno, y solo un par de lados paralelos.
- **Trapezoide:** es un cuadrilátero donde todos los lados no son paralelos, ni congruentes.
- **Trapezio isósceles:** es un trapezio en el que los lados no paralelos son congruentes.
- **Trapezio rectángulo:** es un trapezio donde uno de los lados es perpendicular a los lados paralelos.
- **Altura de un paralelogramo:** segmento perpendicular a la base con extremos en la base y en el lado opuesto (o en la recta que lo contiene).
- **Altura de un triángulo:** segmento desde cualquier vértice perpendicular a la recta que contiene al lado opuesto.
- **Área de una región poligonal:** un número positivo único que corresponde a la región poligonal.
- **Fórmula de área de un paralelogramo:** es igual al producto de la longitud, b , de una base y de la altura correspondiente, h . $A = bh$
- **Fórmula de circunferencia de un círculo:** es igual al producto de π y el diámetro, d . $C = \pi d$ o $2\pi r$
- **Fórmula de área de un círculo:** es igual al producto de π y el cuadrado del radio, r , del círculo. $A = \pi r^2$

Materiales

- tijeras (1 por participante)
- pega “glue stick”(3 ó 4 por cada grupo)
- proyector de data y video
- proyector vertical
- hoja de patrones act.#2 y #4 “cover stock” (1 por participante)
- calculadora TI-15 (1 por participante)
- reglas calibradas en pulgadas y centímetros (1 por participante)
- objetos con forma circular (círculos, cilindros, esferas, cono) (7 a 10 por cada grupo)



- cinta métricas (3 ó 4 por cada grupo)
- cinta de papel o “*curly ribbon*” (1 rollo por cada grupo)
- papel cuadriculado (2 por participantes)
- transparencia cuadriculada (1 por participante)
- papel en blanco (1 resma)
- compás (1 por participante)
- *safe-t compass* (1 por participante)
- lápices de colores (1 ó 2 cajas por cada grupo)
- cinta adhesiva transparente. (1 ó 2 por cada grupo)
- marcadores permanentes (1 set por cada grupo)
- papelotes (1 libretón)

PRE-PRUEBA

Cada maestro contestará la pre prueba de manera individual (30 minutos).

PROCESO EDUCATIVO

Luego de administrada la pre prueba y reflexionar acerca de los acuerdos de la capacitación (20 min), el capacitador formará equipos colaborativos, de cuatro maestros cada uno, para que trabajen en grupo. Cada grupo debe seleccionar un líder quien se encargará de recoger el consenso del grupo cuando terminen la actividad (es importante que en algún momento de la actividad se intercambien los roles, para así promover la participación activa y el liderato compartido entre los miembros del grupo).

INICIO

Actividad #1: Explorando el concepto área de superficie

(Hoja de Trabajo # 1)

1. Forme grupos de 4 ó 5 maestros y pida que compartan ideas acerca de la forma en que trabajan el concepto área de superficie.
2. Reparta un papelote (cartulina) y marcadores, por grupo, para que preparen un Organizador Gráfico donde escribirán todo lo que conocen del concepto área.
3. Luego, invítelos a compartir sus ideas con el grupo grande.

Nota al capacitador: En esta actividad no se emitirá juicio de lo que se presente en los papelotes por ser un *assessment* para explorar el conocimiento previo, pero es importante el capacitador identifique, si detecta, algún error conceptual para que lo atienda en la capacitación.

DESARROLLO

En las actividades de área que trabajamos en el verano descubrimos que el área de un rectángulo se obtiene determinando la cantidad de unidades cuadradas que cubren la superficie. También se obtiene al multiplicar la medida de la base con la longitud de la altura, o también el producto de la medida del ancho y la medida del largo de la figura. Utilizaremos este hecho para descubrir cómo determinar al área (incluyendo las fórmulas) de otros cuadriláteros, el triángulo y el círculo.

Actividad # 2: Área de paralelogramos I

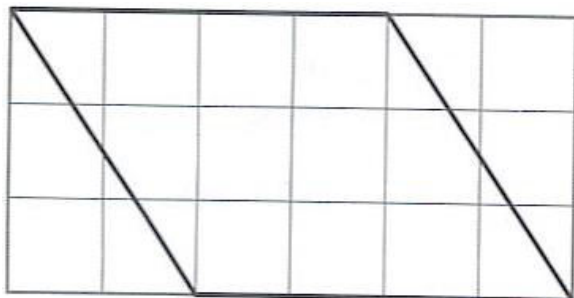
(Hoja de Trabajo # 2)

Invite a los maestros a trabajar la **Hoja de Trabajo # 2**. Luego se discutirá con los maestros, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

Instrucciones:

1. Observa la figura **A** que aparece a continuación.

¿Cuál es el nombre de la figura? _____



base = _____ cm

longitud= _____ cm

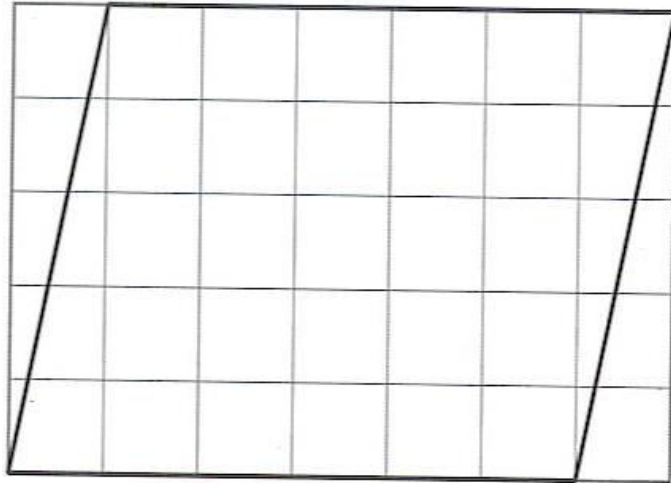
altura = _____ cm

ancho = _____ cm

área del paralelogramo = _____ cm²

área del rectángulo = _____ cm²

2. No recortes la figura de esta página. En lugar de ello recorta el paralelogramo A (utiliza el segundo paralelogramo A, si cometes un error) que se presenta en la próxima página.
3. Luego recorta el paralelogramo A, en dos piezas de para que se pueda convertir en un rectángulo. Pega las piezas, formando el rectángulo, al lado de la figura original. Completa la información de arriba.
4. Repite el proceso con la figura **B** (Utiliza para recortar el modelo B).



base = _____ cm

longitud= _____ cm

altura = _____ cm

ancho = _____ cm

área del paralelogramo = _____ cm²

área del rectángulo = _____ cm²

5. Contesta las preguntas que siguen.
 - a. ¿Cómo comparan las áreas de figura original y del rectángulo formado en cada situación?

- b. Escribe la fórmula para el área del paralelogramo.

En palabras:

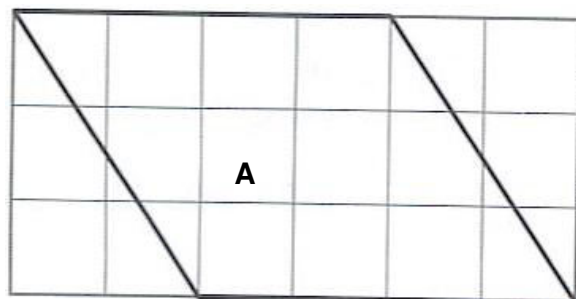
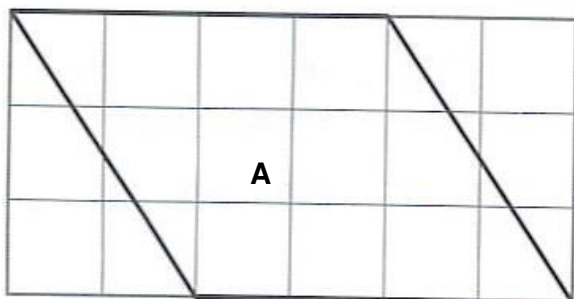
área del paralelogramo = _____

- c. Si la letra (A) representa el área, (b) la base y (h) la altura del paralelogramo, escribe la fórmula correspondiente para determinar el área del paralelogramo.

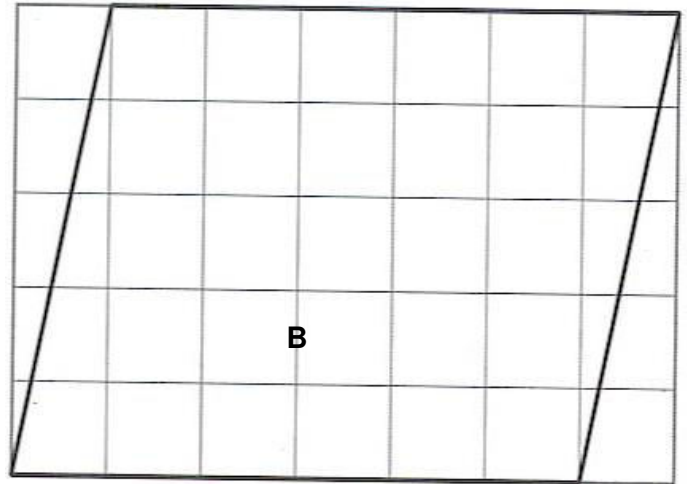
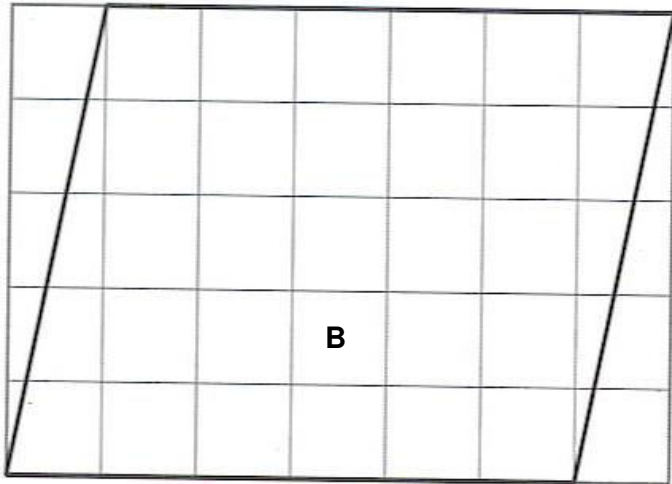
Fórmula: _____

Patrones para recortar Actividad #2

Patrones A



Patrones B

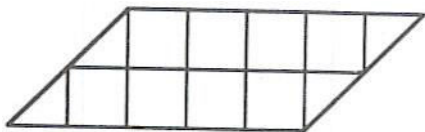


Actividad # 3: Área de paralelogramos II

(Hoja de Trabajo # 3)

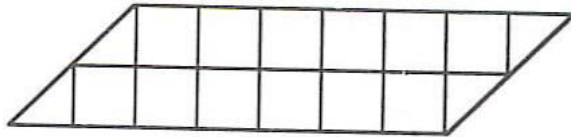
EL capacitador presentará las instrucciones para realizar la **Hoja de Trabajo #3**. Luego se discutirá con los maestros, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.
Instrucciones: Identifica y halla la medida de la base y la altura de cada figura. Luego, calcula la medida del área.

a.



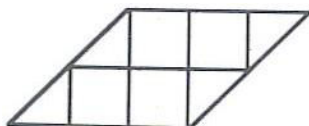
base _____
altura _____
área _____

c.



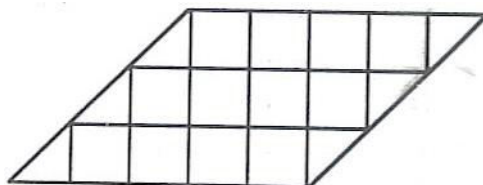
base _____
altura _____
área _____

b.



base _____
altura _____
área _____

d.



base _____
altura _____
área _____

Actividad # 4: Área de triángulos

(Hoja de Trabajo # 4)

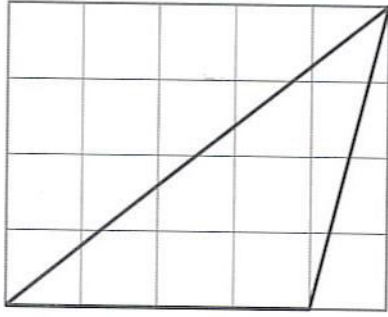
EL capacitador presentará las instrucciones para realizar la **hoja de trabajo #4**. Luego se discutirá con los maestros, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

Instrucciones:

1. Observa la figura **C** que aparece adelante continuación.

¿Cuál es el nombre de la figura? _____

Clasifícalo por los lados y por los ángulos: _____



base = _____ cm

altura = _____ cm

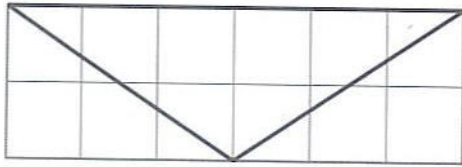
área del triángulo = _____ cm²

base = _____ cm

altura = _____ cm

área del paralelogramo = _____ cm²

2. No recortes las figuras de esta página. En lugar de ello recorta los triángulos C y D que se presentan mas adelante. Únelos en las esquinas sombreadas para que se forme un paralelogramo
3. Pega las piezas, formando el paralelogramo, al lado de la figura original. Completa la información de arriba.
4. Repite el proceso con la figura **E** (usa los modelos E y F).



base = _____ cm

altura = _____ cm

área del triángulo = _____ cm²

base = _____ cm

altura = _____ cm

área del paralelogramo = _____ cm²

5. Contesta las preguntas que siguen.
 - a. ¿Cómo comparan las áreas de figura original y del paralelogramo formado en cada situación?

- b. ¿Qué relación existe entre el área del triángulo versus el área del paralelogramo?

- c. Escribe la fórmula para el área del triángulo.

En palabras:

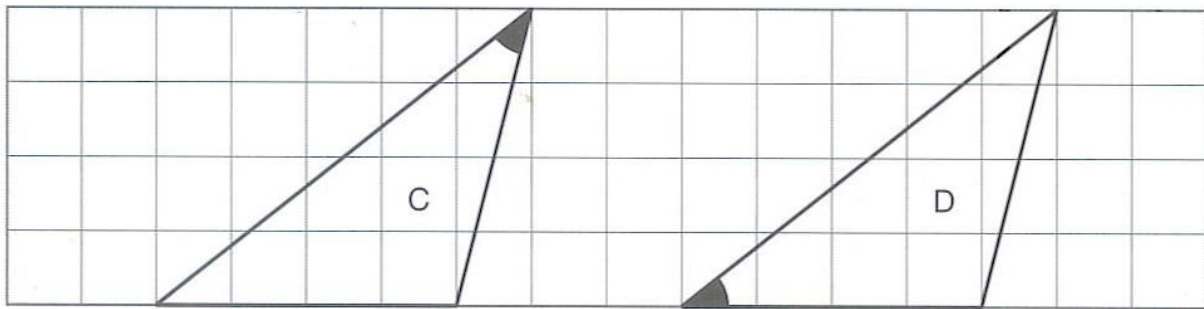
Área del triángulo = _____

- d. Si la letra (A) representa el área, (b) la base y (h) la altura del triángulo, escribe la fórmula correspondiente para determinar el área del triángulo.

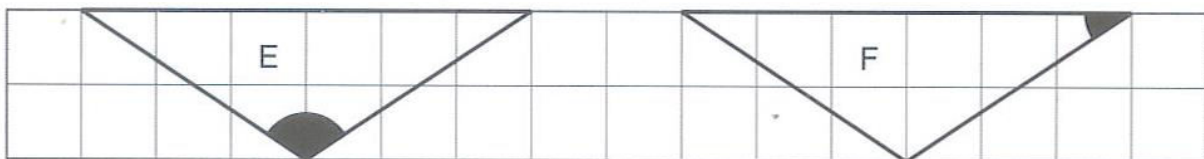
Fórmula: _____

Patrones para recortar Actividad #4

Patrones C y D



Patrones E y F



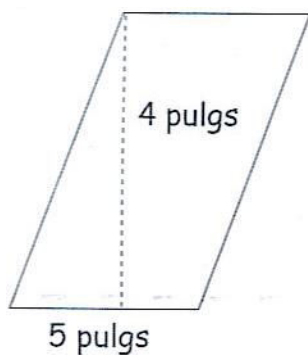
Actividad # 5: A calcular áreas de paralelogramos o triángulos (Hoja de Trabajo # 5)

El capacitador distribuirá la **Hoja de Trabajo # 5** y le indicará a los maestros que realicen la tarea siguiendo las instrucciones de la misma. Luego se discutirá con los maestros, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

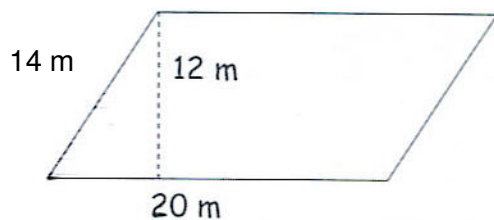
Instrucciones:

Parte A: Determina el área de cada figura. Es importante que identifiques primero la figura y las medidas necesarias para poder calcular el área de las mismas.

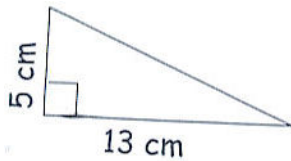
a.



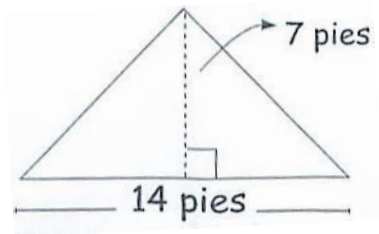
b.



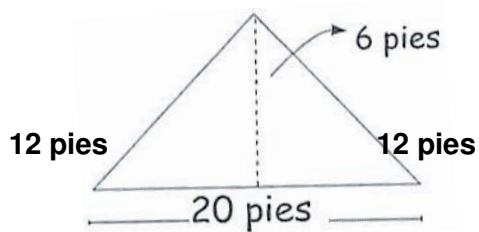
c.



d.



e.



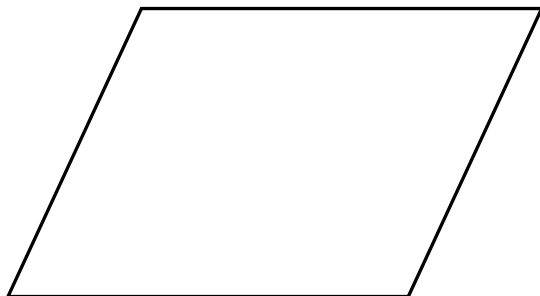
Actividad # 6: A medir área

(Hoja de Trabajo # 6)

El capacitador entregará y dará instrucciones para realizar la **Hoja de Trabajo #6**. Luego se discutirá con los maestros, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

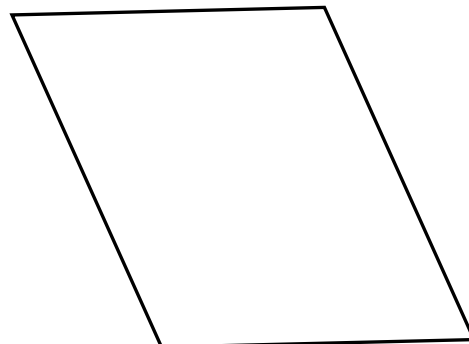
Instrucciones: Mide el área de cada figura. Utiliza la regla calibrada en pulgadas. Dibuja y mide cualquier segmento necesario para medir el área de cada figura a continuación. Recuerda incluir las unidades de medidas. Aproxima las medidas a la fracción de pulgada más cercana.

a.

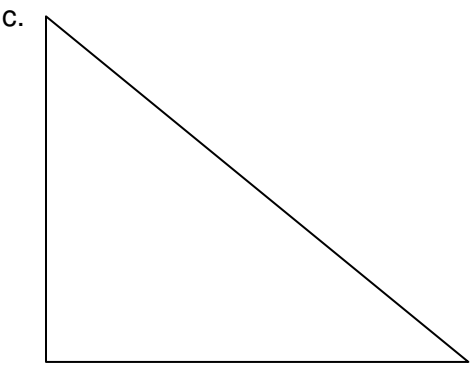


base = _____ pulgs.
altura = _____ pulgs.
área = _____ pulgs.²

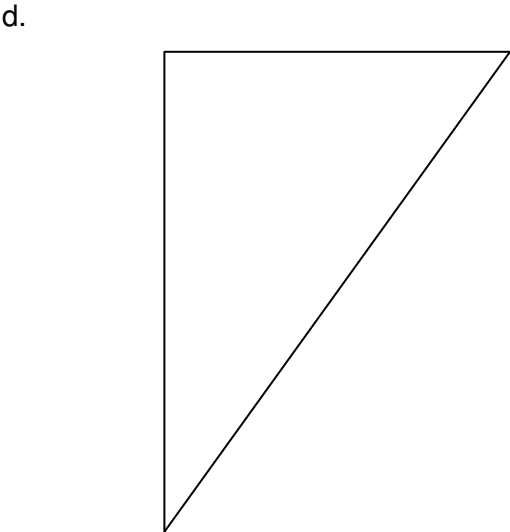
b.



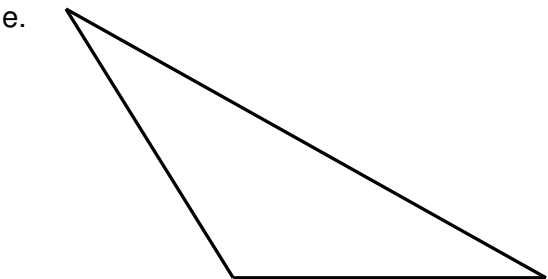
base = _____
altura = _____
área = _____



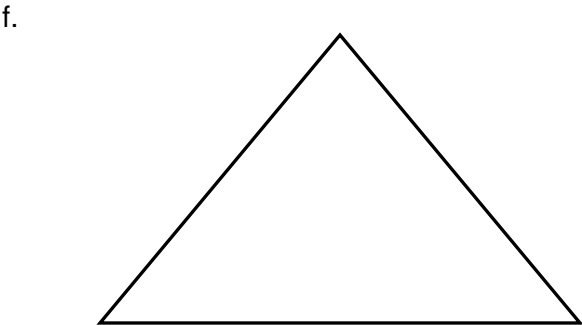
base = _____
altura = _____
área = _____



base = _____
altura= _____
área = _____

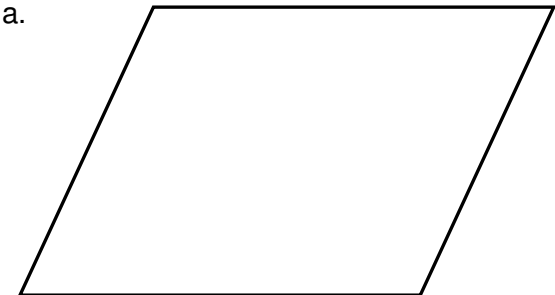


base = _____
altura = _____
área = _____

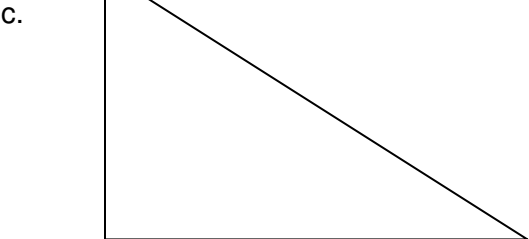


base = _____
altura= _____
área = _____

Parte B: Repite el proceso en los ejercicios **a, c y f** midiendo en centímetros. Aproxima las medidas a la décima más cercana.

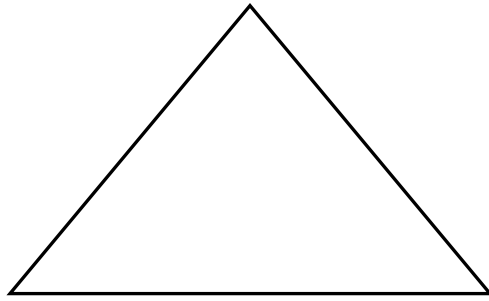


base = _____
altura = _____
área = _____



base = _____
altura= _____
área = _____

f.



base = _____

altura= _____

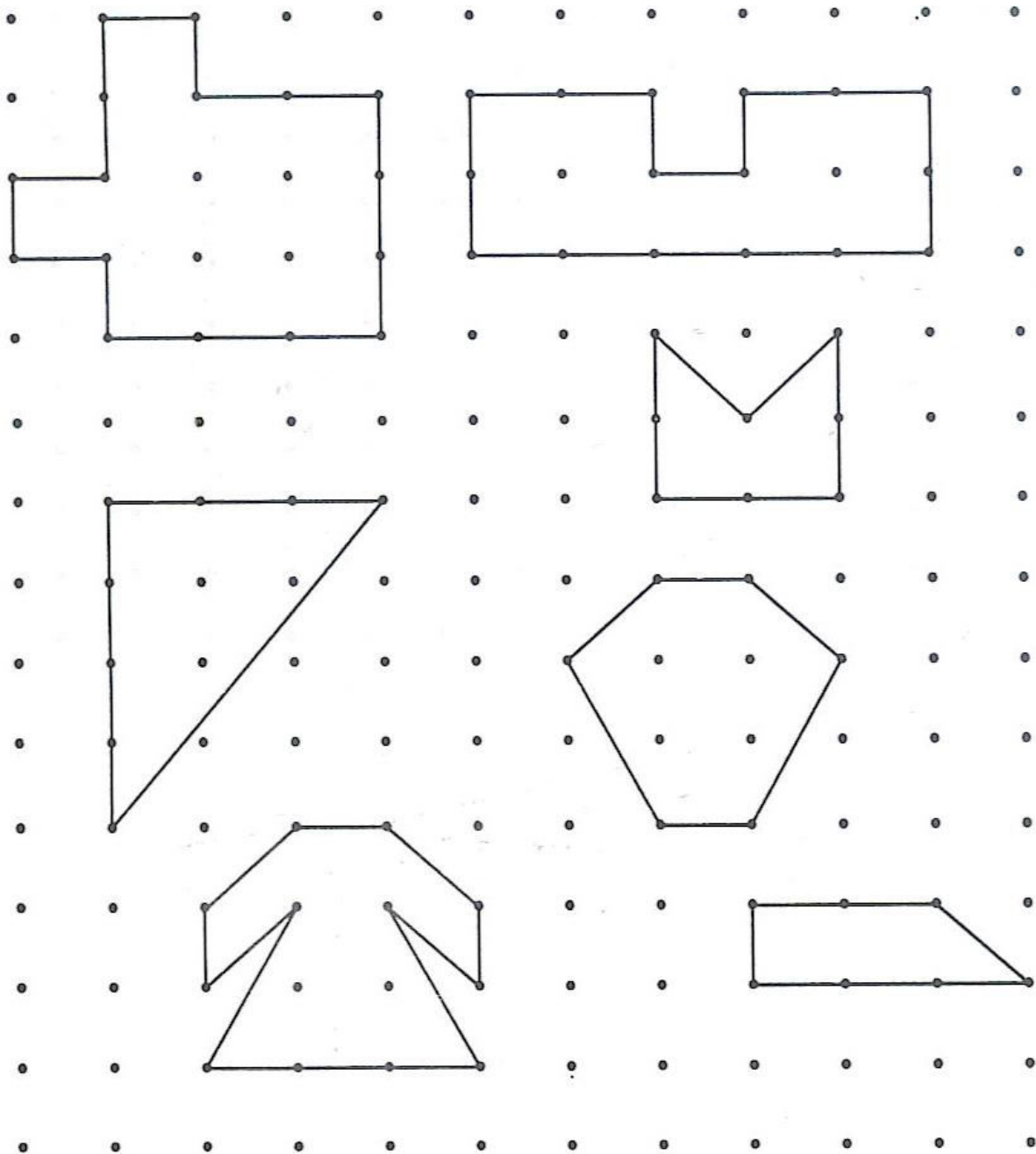
área = _____

Actividad # 7: Área de polígonos irregulares

(Hoja de Trabajo # 7)

Solicite a los maestros realizar la **Hoja de Trabajo # 7**. Luego se discutirá con los maestros, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

Instrucciones: Determina la medida del área limitadas por las siguientes figuras.





Actividad # 8:¿Y qué con el círculo I?

(Hoja de Trabajo # 8)

Solicite a los maestros realizar la **Hoja de Trabajo # 8**. Luego se discutirá con los maestros, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad. Esta actividad tiene como propósito que el estudiante conozca el número π (pi).

Instrucciones:

1. Busca en el salón de 7 a 10 objetos con forma circular. Utiliza el método más adecuado según tu criterio para medir el diámetro y la circunferencia de cada objeto, mientras completa la tabla que se presenta a continuación.
2. Completa la tabla que se presenta a continuación. Utiliza la calculadora para realizar el cómputo de la última columna. Redondea la respuesta a la diezmilésima más cercana.

No.	Descripción del Objeto	Medida del diámetro (d) en cm	Longitud de la circunferencia (C) en cm	Razón entre C y d $\frac{C}{d}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Usa la información resumida en la tabla para contestar las siguientes preguntas:

1. ¿Qué observas en la última columna (razón entre C y d)?

2. ¿Habías observado este patrón antes? ¿En qué ocasión? Explica.



3. Escribe una generalización para el patrón observado.

4. ¿Con qué nombre se conoce el cociente obtenido en la columna a la derecha?

5. Escribe una fórmula que relaciona la circunferencia C con respecto al diámetro (d).

6. ¿Cuál es la medida de la circunferencia de un cilindro cuyo diámetro es 8.65 cm?

7. ¿Cuál es la medida del diámetro de un cilindro cuya circunferencia es 87.59 cm?

Reto:

Si tienes una superficie cuadrada de 2 metros de lado, hecha de cemento, y te venden un tanque cilíndrico, de reserva de agua, de 6 metros de circunferencia. ¿cabe el tanque en la superficie de cemento? Explica tu respuesta mostrando los cálculos necesarios o haciendo un dibujo a escala (1 cm: 1m) y un párrafo que demuestre qué hiciste para poder contestar la pregunta.

Actividad # 9: ¿Y qué con el círculo II?

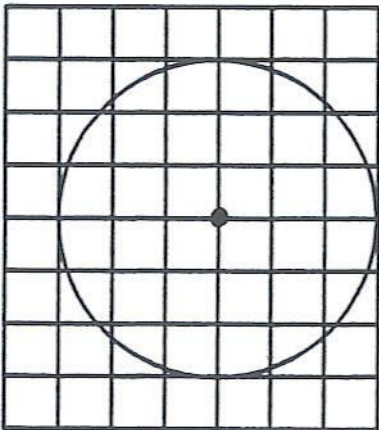
(Hoja de Trabajo # 9)

Solicite a los maestros realizar la **Hoja de Trabajo # 9**. Luego se discutirá con los maestros, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad. Para desarrollar la fórmula del área del círculo es necesario que haya realizado actividades sobre área de cuadriláteros y triángulos, sobre circunferencia de un círculo y conozca el número π .

Instrucciones:

Parte I:

1. Sobre una hoja de papel, traza un círculo con radio de tres (3) unidades. Usa como unidad el lado de uno de los cuadrados de la transparencia u hoja cuadriculada. (Sugerencia: Si los estudiantes no tienen compás pueden usar una cuerda fina o presillas y dos lápices.
2. Coloca la transparencia sobre el círculo de manera que el centro del círculo coincida con una esquina de uno de los cuadrados de la transparencia como se ilustra a continuación:



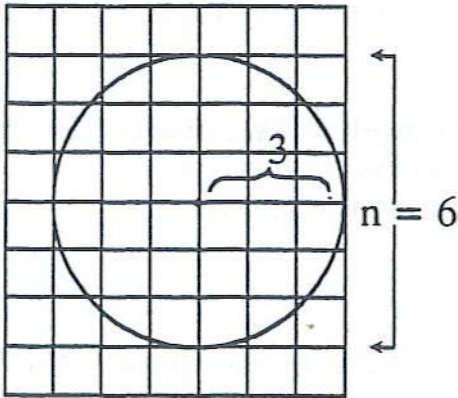
3. Observa tu figura. Estima el total de unidades cuadradas en el interior del círculo.
- a. Total de unidades cuadradas estimada: _____

b. ¿Qué representa el total que hallaste? _____

c. ¿Cómo defines el área de un círculo? _____

Parte II:

1. En una hoja de papel, traza círculos con radios 4, 5, 6, 7, 8 y 9 unidades respectivamente.
2. Estima el área de cada una de las regiones circulares trazadas utilizando el mismo procedimiento que en la Parte I.
3. Completa la tabla a continuación tomando como ejemplo la siguiente ilustración.



Radio	Área del cuadrado de lado n	Cuadrado del radio	Área estimada del circulo	Razón entre A y r²
r	n²	r²	A	$\frac{A}{r^2}$
3	36	9	28	$\frac{28}{9} = 3.1111$
4				
5				
6				
7				
8				
9				

4. Utiliza la información resumida en la tabla para contestar las siguientes preguntas:

a. ¿Qué observas en la última columna a la derecha?

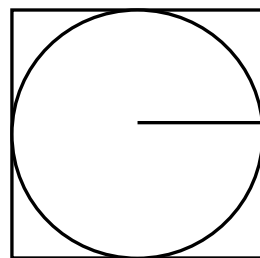
b. ¿Habías observado este patrón antes? ¿En qué ocasión? Explica.

c. Escribe una generalización para el patrón observado.

d. ¿Con qué nombre se conoce el cociente obtenido en la columna a la derecha?

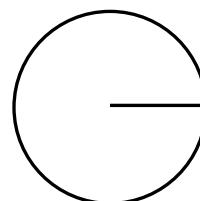
e. ¿Puedes desarrollar una fórmula para hallar el área de un círculo utilizando la información que aparece en la última columna a la derecha? Inténtalo.

5. ¿Qué procedimiento usarías para determinar la medida del área que pertenece al cuadrado (con lado (n) igual al diámetro del círculo) y que no pertenece al círculo? Explica usando la información de la tabla (ver dibujo).



Parte III. Trabaja las siguientes situaciones.

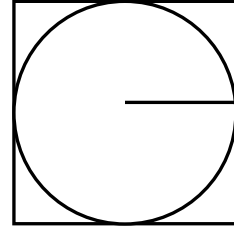
1. Si el radio del círculo de la derecha mide 12 centímetros, ¿Cuánto mide el área?



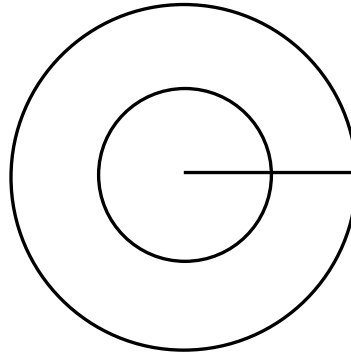
2. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado, si el radio del círculo inscrito es de 5 pulgadas? _____

Determina:

- el área del círculo: _____
- el área del cuadrado: _____
- el área sombreada: _____



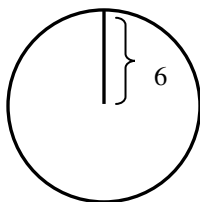
3. ¿Cuál es la medida del área sombreada si el radió del círculo grande mide 12 centímetros y la diferencia con el radio del círculo pequeño es de 4 centímetros?



Parte IV. Ejercicios de Aplicación

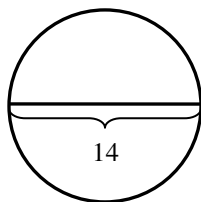
1. Halla la medida del área de un círculo cuyo radio mide 7 metros.

2. Determina el radio y el diámetro de los círculos a los que pertenecen estas figuras.



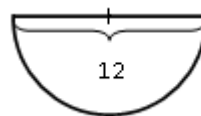
r: _____

d: _____



r: _____

d: _____



r: _____

d: _____

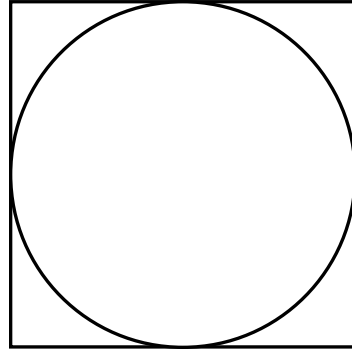
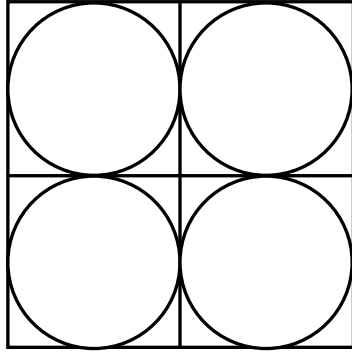


r: _____

d: _____

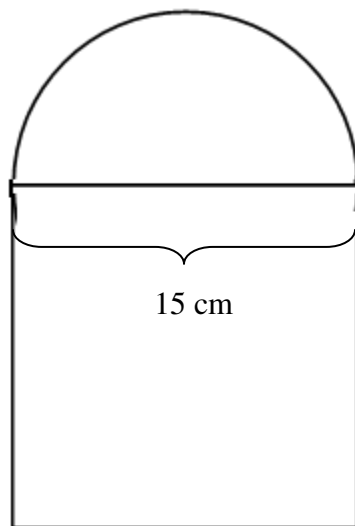
3. Determina la medida aproximada del área de un disco compacto (CD), incluyendo el hueco, cuyo diámetro es $4\frac{3}{4}$ pulgadas.

4. En una región cuadrada de 10 metros de lado se quiere hacer un diseño sembrando flores dentro de círculos como formas decorativas y el resto en grama. Algunos diseños sugeridos son los siguientes:



Estudia los dos diseños. Estima en cuál de los dos diseños habrá mayor área sembrada de flores. Haz los cálculos necesarios para comprobar tu respuesta.

5. Determina la medida del área de la figura formada por un cuadrado y un semicírculo como se ilustra a continuación.





CIERRE

Administrar la pos prueba. Discutir la misma una vez la hayan completado y aclarar dudas.

Completar la hoja de reacción evaluativa

Bibliografía:

Departamento de Educación (1999). *Matemática Dinámica*: Programa de Matemáticas.

San Juan, PR: Autor.

Departamento de Educación (1999). *Actividades para el aprendizaje activo de matemáticas*: Programa de Matemáticas. San Juan, PR: Autor

Departamento de Educación de Puerto Rico (2007). Estándares de Contenido y Expectativas de Grado: Programa de Matemáticas. San Juan, PR: Autor.

Matemáticas diarias, The University of Chicago Project (2004). Libro de consulta del estudiante. págs. 156 - 158, Wright Group/McGraw-Hill: Autor.

Rodríguez, C y Suazo, M. (1992). Geometría. págs. 404, 428, 613- 614. Harper Collins Publishers Latin America.

Nota: Parte de las actividades que se presentan en esta capacitación fueron modificadas o adaptadas por el Prof. Raúl E. Marrero Luna.