

*Números Enteros y Resolución de Problemas*

*Anejo 5*

**Soluciones**

**PARA REFLEXIONAR EN GRUPO**

*En el testamento de Angel el agricultor, éste legó la mitad de sus caballos a su hijo Edwin Luis, la tercera parte a su hija Evelyn y la novena parte a su hija Loida. Ángel tenía 17 caballos, de modo que, ¿cómo podían cumplir con los términos del testamento? Ciertamente, los caballos no pueden dividirse en fracciones. Discuta en su grupo el problema y desarrollen una forma de cumplir con el testamento a satisfacción de todos (no podemos vender los caballos).*

**Solución:** El abogado añade un caballo y tiene 18 caballos. La mitad, 9 caballos, son para Edwin Luis. Una tercera parte, 6 caballos, son para Evelyn. Una novena parte, dos caballos, son para Loida. El caballo que sobra fue el que añadió el abogado, él se lo lleva.

**RESUELVA EL SIGUIENTE PROBLEMA SIGUIENDO EL PROCESO SUGERIDO POR POLYA, DESCRIBA CADA PASO.**

*Edwin puso una pareja de conejos en una jaula. Durante el primer mes, los conejos no tuvieron descendencia, pero cada uno de los meses posteriores produjo un nuevo par de conejos. Si cada nuevo par producido de este modo se reproduce de la misma manera, ¿cuántos conejos habrá al final de un año?*

Mes	Cantidad inicial de parejas	Cantidad final de parejas	Cantidad final de conejos
1	1	1	2
2	1	2	4
3	2	3	6
4	3	5	10
5	5	8	16
6	8	13	26
7	13	21	42
8	21	34	68
9	34	55	110
10	55	89	178
11	89	144	288
12	144	233	Contestación=466

**RESUELVA EL SIGUIENTE PROBLEMA SIGUIENDO EL PROCESO SUGERIDO  
POR POLYA, DESCRIBA CADA PASO.**

*Tenemos dos tipos de contenedores de 9 galones y de 4 galones. ¿Cómo hacemos para dejar exactamente 6 galones en el contenedor grande? ¿Qué pasaría si los contenedores fueran de 6 y 4 galones y quisiéramos dejar 3 galones en alguno de ellos?*

**Solución:**

1. Llenas el contenedor de 9 galones, vacías 8 galones utilizando el contenedor de 4 galones.
2. El galón que tienes en el contenedor de 9 galones vacíalo en otro contenedor.
3. Llene el contenedor de 9 galones, vacía 4 galones en otro contenedor y añada el galón que tenías.
4. La segunda situación no tiene solución.

**RESUELVA EL SIGUIENTE PROBLEMA SIGUIENDO EL PROCESO SUGERIDO  
POR POLYA, DESCRIBA CADA PASO.**

*Ángel juega póker todos los viernes en la noche. Una semana triplicó su dinero, pero luego perdió 6 dólares. Tomó su dinero y a la semana siguiente duplicó su capital, pero después perdió 20 dólares. Habiendo guardado el dinero que le quedó, el viernes siguiente lo intentó una vez más y cuadruplicó su dinero, jugando bastante bien, de modo que en total después de tres semanas, regreso a su casa con 40 dólares. ¿Con cuánto dinero comenzó en la primera semana? (evite formular una ecuación)*

**Solución:**

Tercera semana  $40 = 4 \times \underline{10}$

Segunda semana  $10 = 2 \times \underline{15} - 20$

Primera semana  $15 = 3 \times \underline{7} - 6$

Contestación: Comenzó con \$7.

**RESUELVA EL SIGUIENTE PROBLEMA SIGUIENDO EL PROCESO SUGERIDO POR POLYA, DESCRIBA CADA PASO.**

*El dígito de la derecha en un número natural se denomina dígito de las unidades, ya que nos dice cuántas unidades están contenidas en el número cuando éste se considera agrupado y expresado en base diez. ¿Cuál es el dígito de las unidades en  $2^{4798}$ ?*

Solución:

Note el siguiente patrón:

$$\begin{aligned} 2^1 &= \underline{2} \\ 2^2 &= \underline{4} \\ 2^3 &= \underline{8} \\ 2^4 &= \underline{16} \\ 2^5 &= \underline{32} \\ 2^6 &= \underline{64} \\ 2^7 &= \underline{128} \\ 2^8 &= \underline{256} \\ 2^9 &= \underline{512} \end{aligned}$$

Nota que 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6, ... es el dígito de las unidades cuando calculamos las primeras potencias de dos. Observemos que es cíclico por tal razón cuando el dígito de las unidades en  $2^{4798}$  es 2, 4, 8 o 6.

$$\begin{array}{r} 1199 \\ 4 \overline{)4798} \\ \underline{-4796} \\ 2 \end{array}$$

Como el residuo es 2 quiere decir que el dígito de las unidades de los siguientes son:

Potencia	Dígito de las unidades
$2^{4796}$	6
$2^{4797}$	2
$2^{4798}$	4

**RESUELVA EL SIGUIENTE PROBLEMA SIGUIENDO EL PROCESO SUGERIDO POR POLYA, DESCRIBA CADA PASO.**

*Un cuadrado mágico es un arreglo cuadrado de números que tiene la propiedad de que la suma de los números en cada fila, columna y diagonal, es la misma. Practique con el cuadrado que aparece abajo, de tal modo que constituya un cuadrado mágico y todos los números, 1, 2, 3, ..., 9 sean utilizados una sola vez.*

6	1	8
7	5	3
2	9	4

*Ya que practicaste con el cuadrado mágico anterior completa el siguiente de tal modo que todos los números 1, 2, 3, ..., 16 sean utilizados exactamente una vez y la suma en cada fila, columna y diagonal sea 34.*

6	12	7	9
1	15	4	14
11	5	10	8
16	2	13	3

**RESUELVA EL SIGUIENTE PROBLEMA SIGUIENDO EL PROCESO SUGERIDO POR POLYA, DESCRIBA CADA PASO.**

*Usted tiene 8 monedas. De éstas, 7 son auténticas y una es falsa, la cual pesa un poco menos que las otras siete; tiene también una balanza de platillos que puede usar solamente 3 veces. Diga cómo descubrir la moneda falsa en tres pesajes.*

Solución:

Primer pesaje: Coloque 4 monedas en cada lado de la balanza y escoja las cuatro monedas que pese menos, la moneda falsa está en este grupo.

Segundo pesaje: Coloque dos monedas en cada lado de la balanza y escoja las dos monedas que pesen menos, la moneda falsa está en este grupo.

Tercer Pesaje: Coloque una moneda en cada lado de la balanza, la moneda que menos pesa es la falsa.

*Ya que calentaste los motores, muestre cómo detectar la moneda falsa en únicamente dos pesajes.*

Solución:

Primer pesaje: Coloque tres monedas en cada lado de la balanza.

- i. Si pesan lo mismos, la moneda falsa se encuentra en las otras dos monedas. En el segundo pesaje se coloca una moneda en cada lado de la balanza y la que menos pese es la falsa.
- ii. Si no pesan lo mismo la moneda falsa se encuentra en el grupo que pesa menos. En el segundo pesaje, escoge dos de estas monedas y coloca una en cada lado de la balanza, si pesan lo mismo la moneda falsa es la que no se colocó en la balanza, si pesan diferente, la moneda falsa es la que menos pesa.