

GUÍA DEL ESTUDIANTE
Números Enteros y Resolución de Problemas

Materia:	Matemáticas
Nivel:	7-9
Concepto Principal:	Números Enteros
Concepto Secundario:	Solución de Problemas
Conocimiento Previo:	Conocer los conjuntos numéricos. Suma, resta, multiplicación y división de enteros. Estar familiarizado con la resolución de problemas verbales.
Objetivos específicos:	

Al finalizar la actividad los participantes:

1. Definirán los siguientes conjuntos numéricos:
 - a. Números Naturales
 - b. Números Cardinales
 - c. Números Enteros
2. Definirá las siguientes propiedades de los números Enteros:
 - a. Asociativa de la suma
 - b. Asociativa de la multiplicación
 - c. Conmutativa de la suma
 - d. Conmutativa de la multiplicación
 - e. Distributiva de a multiplicación sobre la suma
3. Dada una afirmación distinguirá la propiedad de los números Enteros que la justifica.
4. Definirá el orden operacional.
5. Utilizará el orden operacional para simplificar expresiones aritméticas.
6. Utilizará la calculadora gráfica para:
 - a. Sumar, restar, multiplicar y dividir de enteros.
 - b. Calcular potencias con exponentes positivos.
 - c. Simplificar expresiones aritméticas.
7. Resolverá problemas, que involucren números enteros.
8. Reconocerá la plausibilidad de la solución de un problema verbal.

Trasfondo:

La mente humana posee una inclinación natural a reunir o agrupar. Cuando vemos en el firmamento tres estrellas reunidas, en lugar de considerarlas como tres elementos separados, los seres humanos tendemos a verlas como un grupo de estrellas. Así pues, nuestra mente trata de encontrar orden y patrones. En matemáticas, es representada mediante el concepto de *conjunto*. Un **Conjunto** es un grupo o colección de objetos. Cada objeto que pertenece al conjunto se denomina **elemento** del conjunto.

En esta actividad estaremos trabajando con el conjunto de los números Enteros, sus operaciones básicas, el orden operacional, el uso eficiente de la calculadora gráfica y la resolución de problemas. El conjunto de los números enteros junto a las operaciones suma y multiplicación satisfacen una serie de propiedades que los convierte en una estructura algebraica básica en las matemáticas. El conocimiento de estas propiedades y la aplicación de las mismas son básicos en el estudio de las matemáticas y necesario para el estudio de matemáticas más avanzadas.

Estaremos concluyendo la actividad repasando la resolución de problemas verbales y el uso sistemático del método de Polya para lograrlo.

A través de la actividad estaremos integrando la calculadora gráfica como herramienta útil en el aprendizaje de las matemáticas.

Glosario:

Conjunto – Colección de objetos bien definida.

Números Naturales – $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Números Cardinales – $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Números Enteros – $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Plausibilidad de una solución – Cuando la solución que se obtiene al resolver un problema aparenta ser correcta.

Materiales y equipo:

Papelotes

Marcadores

Tape

Calculadoras gráficas TI-84 Plus

Computadora

Infocus

Números Enteros y Resolución de Problemas

HOJA DE TRABAJO 1(HT1)

I. Defina los siguientes conceptos:

- a. Conjunto

- b. Conjunto Números Enteros

II. Describa las siguientes propiedades de los números Enteros:

- a. Asociativa de la suma

- b. Asociativa de la multiplicación

- c. Conmutativa de la suma

- d. Conmutativa de la multiplicación

- e. Distributiva

III. Identifica la propiedad que justifica las siguientes afirmaciones:

- a. $(-10 + 15) + 17 = 17 + (-10 + 15)$ _____
- b. $16 \times 15 + 48 \times 15 = (16 + 48) \times 15$ _____
- c. $-10 \times (15 \times 17) = (-10 \times 15) \times 17$ _____

Números Enteros y Resolución de Problemas

CONT. HOJA DE TRABAJO 1(HT1)

IV. Efectúe las operaciones y simplifique.

a. $(-3)^2 + 28 \div -4 =$

b. $-5[-3 \times (6 + -9)^2] =$

c. $\frac{[(3-7)^2 - 4]^2}{9 + 16 \div -8 + 5} =$

Números Enteros y Resolución de Problemas

HOJA DE TRABAJO 2(HT2)

I. Identifica la propiedad que justifica las siguientes afirmaciones y explica por qué:

d. $(-10 + 15) + 17 = 17 + (-10 + 15)$ _____

e. $16 \times 15 + 48 \times 15 = (16 + 48) \times 15$ _____

f. $-10 \times (15 \times 17) = (-10 \times 15) \times 17$ _____

g. $2(3x + 5) = 6x + 10$ _____

h. $(14 + 17) + 48 = 14 + (17 + 48)$ _____

Números Enteros y Resolución de Problemas

HOJA DE TRABAJO 3 (HT3)

I. Utiliza el orden operacional para simplificar las siguientes expresiones aritméticas:

a. $7 - 5^2 + 2 =$

b. $(-2)^2 + 8 \div 4 =$

c. $-2[-5 \times (7 + -9)^2] =$

d. $\frac{[(7-3)^2 - 4]^2}{9 - 16 \div 8 + 5} =$

Números Enteros y Resolución de Problemas

HOJA DE TRABAJO 4 (HT4)

Para reflexionar en grupo

En el testamento de Ángel el agricultor, éste legó la mitad de sus caballos a su hijo Edwin Luis, la tercera parte a su hija Evelyn y la novena parte a su hija Loida. Ángel tenía 17 caballos, de modo que, ¿cómo podían cumplir con los términos del testamento? Ciertamente, los caballos no pueden dividirse en fracciones. Discuta en su grupo el problema y desarrollen una forma de cumplir con el testamento a satisfacción de todos (no podemos vender los caballos).

Números Enteros y Resolución de Problemas

CONT. HOJA DE TRABAJO 4 (HT4)

Resuelva el siguiente problema siguiendo el proceso sugerido por Polya, describa cada paso.

Edwin puso una pareja de conejos en una jaula. Durante el primer mes, los conejos no tuvieron descendencia, pero cada uno de los meses posteriores produjo un nuevo par de conejos. Si cada nuevo par producido de este modo se reproduce de la misma manera, ¿cuántos conejos habrá al final de un año?

Números Enteros y Resolución de Problemas

CONT. HOJA DE TRABAJO 4 (HT4)

Resuelva el siguiente problema siguiendo el proceso sugerido por Polya, describa cada paso.

Tenemos dos tipos de contenedores de 9 galones y de 4 galones. ¿Cómo hacemos para dejar exactamente 6 galones en el contenedor grande? ¿Qué pasaría si los contenedores fueran de 6 y 4 galones y quisiéramos dejar 3 galones en alguno de ellos?

Números Enteros y Resolución de Problemas

CONT. HOJA DE TRABAJO 4 (HT4)

Resuelva el siguiente problema siguiendo el proceso sugerido por Polya, describa cada paso.

Ángel juega póker todos los viernes en la noche. Una semana triplicó su dinero, pero luego perdió 6 dólares. Tomó su dinero y a la semana siguiente duplicó su capital, pero después perdió 20 dólares. Habiendo guardado el dinero que le quedó, el viernes siguiente lo intentó una vez más y cuadruplicó su dinero, jugando bastante bien, de modo que en total después de tres semanas, regreso a su casa con 40 dólares. ¿Con cuánto dinero comenzó en la primera semana? (evite formular una ecuación)

Números Enteros y Resolución de Problemas

CONT. HOJA DE TRABAJO 4 (HT4)

Resuelva el siguiente problema siguiendo el proceso sugerido por Polya, describa cada paso.

El dígito de la derecha en un número natural se denomina dígito de las unidades, ya que nos dice cuántas unidades están contenidas en el número cuando éste se considera agrupado y expresado en base diez. ¿Cuál es el dígito de las unidades en 2^{4798} ?

Números Enteros y Resolución de Problemas

CONT. HOJA DE TRABAJO 4 (HT4)

Resuelva el siguiente problema siguiendo el proceso sugerido por Polya, describa cada paso.

Un cuadrado mágico es un arreglo cuadrado de números que tiene la propiedad de que la suma de los números en cada fila, columna y diagonal, es la misma. Practique con el cuadrado que aparece abajo, de tal modo que constituya un cuadrado mágico y todos los números, 1, 2, 3, ..., 9 sean utilizados una sola vez.

6		8
	5	
		4

Ya que practicaste con el cuadrado mágico anterior completa el siguiente de tal modo que todos los números 1, 2, 3, ..., 16 sean utilizados exactamente una vez y la suma en cada fila, columna y diagonal sea 34.

Números Enteros y Resolución de Problemas

CONT. HOJA DE TRABAJO 4 (HT4)

Resuelva el siguiente problema siguiendo el proceso sugerido por Polya, describa cada paso.

Usted tiene 8 monedas. De éstas, 7 son auténticas y una es falsa, la cual pesa un poco menos que las otras siete; tiene también una balanza de platillos que puede usar solamente 3 veces. Diga cómo descubrir la moneda falsa en tres pesajes.

Ya que calentaste los motores, muestre cómo detectar la moneda falsa en únicamente dos pesajes.



$$a \times b = b \times a$$

$$a + b = b + a$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

Números Enteros y Resolución de Problemas

CONT. ANEJO 1

Asociativa +

Asociativa x

Conmutativa +

Conmutativa x

Distributiva

Números Enteros y Resolución de Problemas

ANEJO 2

Teclado

La calculadora gráfica TI-84 Plus tiene todas las opciones de una calculadora científica tradicional. Desde la fila de teclas,

x^{-1} SIN COS TAN $^{\wedge}$

Hacia abajo note que tenemos las funciones de una calculadora científica. Esta calculadora utiliza el método de entrada directa de datos. Este método permite al usuario entrar los datos como si estuviera escribiendo en una computadora.

Ejemplo: Para calcular $4 + (-2)^2 - 15 \div (2 + 1)^2 + \sqrt{16}$ oprima las siguientes teclas:

+

(

(-)

2

)

x^2

-

1

5

÷

(

2

+

1

)

x^2

+

2nd

x^2

1

6

)

Observe la pantalla y note que ha escrito el ejercicio tal y como se escribe

comúnmente. Este método facilita la entrada de datos al usuario. Oprima la tecla ENTER para que la calculadora ejecute los cálculos, en la pantalla

aparecerá el resultado, 10.33333333.

```

4+(-2)^2-15/(2+1)
^2+√(16)
10.33333333

```

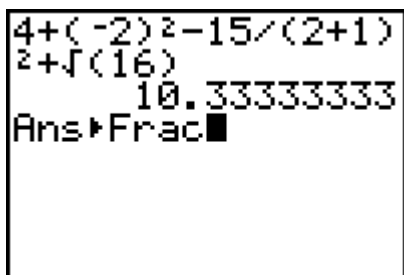
Para cambiarlo a fracción oprima las teclas

MATH

ENTER

en la pantalla aparecerá

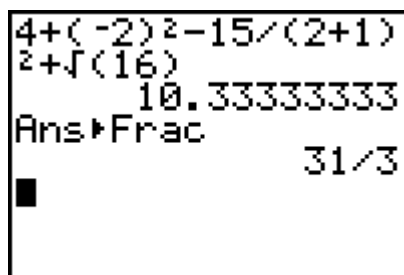
CONT. **ANEJO 2**



$$4+(-2)^2-15/(2+1)$$


$$= 10.33333333$$

Oprima  nuevamente para obtener el resultado, 31/3.



$$4+(-2)^2-15/(2+1)$$

$$= 31/3$$

El teclado consiste de tres tipos opciones, las de las teclas principales que tienen varios colores, negro, gris, azul, verde y amarillo, las opciones que se obtienen luego de oprimir 2nd, éstas tienen color amarillo y las opciones que se obtienen luego de oprimir , éstas tienen color verde y en su gran mayoría son letras del alfabeto.

A continuación teclas NO comunes y su uso:



La tecla "sombrero" permite escribir exponentes enteros y fraccionarios.

Ejemplos:

CONT. ANEJO 2

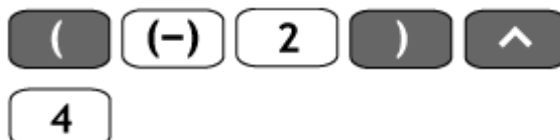
Ejercicio

Teclas a oprimir

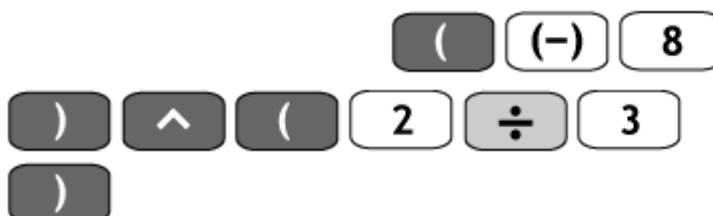
$$3^4$$



$$(-2)^4$$



$$(-8)^{2/3}$$



DEL

La tecla delete permite editar errores llevando el cursor hasta el lugar y

oprimiendo la tecla. Mientras que la opción

DEL


, que se obtiene al oprimir

2nd

DEL

, permite insertar.

Ejemplos:



1. Escriba $125 + -456$, para borrar el 2 simplemente lleve el cursor hasta el número y oprima  .
2. Escriba 16734, para insertar entre el 6 y el 7 un 5 lleve a cabo los siguientes pasos:
-mueva el cursor hasta el 7

CONT. ANEJO 2

-oprima 2nd,  (note que el cursor cambia de forma)














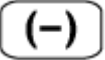





-oprima 5

 Esta tecla permite guardar en memoria y recuperar lo almacenado

oprimiendo  .




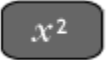








Ejemplos:

1. Evaluar la expresión $3A^2-5B+2C$ en $a=-3$, $b=5$ y $c=-7$.

-Almacene -3 en A, 5 en B y -7 en C.      
           
.

```
-3→A:5→B:-7→C
-7
```

```
-3→A:5→B:-7→C
-7
3A²-5B+2C■
```

-Escriba la expresión $3A^2-5B+2C$ oprimiendo las teclas   
        .

CONT. ANEJO 2

-Oprima  para obtener el resultado.

```

-3→A:5→B:-7→C
3A²-5B+2C          -7
                    -12
  
```

2. Para recuperar lo almacenado en A simplemente oprima   . En la parte inferior izquierda de la pantalla aparecerá

RCL, oprima   para escribir A y oprima .

```

-3→A:5→B:-7→C
3A²-5B+2C          -7
                    -12
RCL A
  
```

```

-3→A:5→B:-7→C
3A²-5B+2C          -7
                    -12
-3
  
```

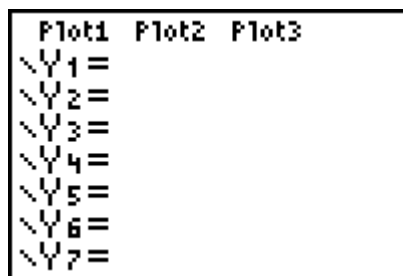
Trazado de Gráficas

Vamos a trazar la gráfica de la función polinómica;

$$y = 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 5x + 3$$

Entre primero al editor del menú **GRAPH**, oprima la tecla **Y=**,

CONT. ANEJO 2



Entre la ecuación oprimiendo las siguientes teclas:



Si comete algún error, utilice las teclas de direcciones para ubicar el cursor en el lugar del error y escriba otra vez el dato correcto, el mismo será reemplazado. Si termina de escribir la ecuación y observa que se le quedó algo, ubíquese en el lugar donde falta el dato para insertar

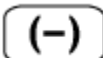
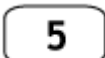

el mismo oprimiendo  .

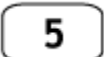

Entremos a la ventana para establecer un rango apropiado. En la calculadora TI-84 PLUS podemos indicar la escala que deseamos en los ejes,

además de los valores máximos y mínimos de la abscisa y la ordenada con la opción .

Oprima  e indique los siguientes valores para la ventana:

WINDOW Teclas a oprimir

Xmin   

Xmax  

CONT. ANEJO 2

Xscl

Ymin

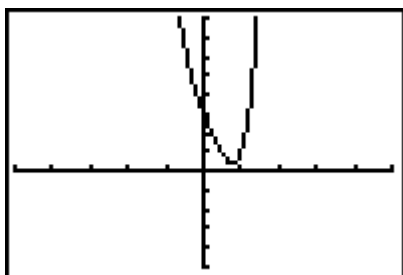
Ymax

Yscl

Xres

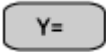
```
WINDOW
Xmin=-5
Xmax=5
Xscl=1
Ymin=-5
Ymax=8
Yscl=1
Xres=1
```

Para trazar la gráfica oprima la tecla .




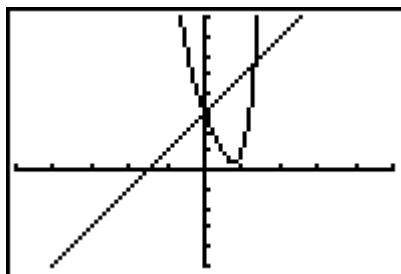
El editor, , permite editar hasta 10 gráficas diferentes a la vez.

CONT. ANEJO 2

Tracemos en esta ocasión dos gráficas, entre al editor oprimiendo la tecla . Mueva el cursor hasta Y₂= y escriba la ecuación $y=2x+3$. En el editor tendremos

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=4X^4-3X^3+2X
2-5X+3
\Y2=2X+3
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
```


la ecuación polinómica de grado cuatro y la ecuación lineal, oprima . Observe las dos gráficas en la pantalla.



La calculadora gráfica TI-84 PLUS permite en el editor "desactivar" las ecuaciones de tal manera que no hay que borrar las ecuaciones para trabajar con gráficas estadísticas.


Ejemplo: Para "desactivar" la ecuación editada en Y₁ entre al editor oprimiendo la tecla

, lleve el cursor sobre el símbolo = de la ecuación $Y1=4x^4-3x^3+2x^2-5x+3$ y luego

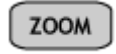
oprima la tecla . Note que cambia el símbolo =, esto indica que la función está "desactivada".

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=4X^4-3X^3+2X
2-5X+3
\Y2=2X+3
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
```

CONT. ANEJO 2

Para verificarlo oprima la tecla  y note que la gráfica de $y=2x+3$ es trazada solamente. Este procedimiento es cíclico, esto es, para “activar” la función se repite el mismo procedimiento.

Menú ZOOM

El menú  permite cambiar la ventana automáticamente, esto es, podemos cambiar los valores de la ventana "WINDOW" sin entrar en esa opción. A continuación discutiremos las opciones de este menú.

- ZBOX** Permite hacer acercamientos de partes de una o más gráficas.
- Zoom In** Divide el valor de Xmin, Xmax, Ymin y Ymax por 4 y traza la gráfica.
- Zoom Out** Multiplica el valor de Xmin, Xmax, Ymin y Ymax por 4 y traza la gráfica.
- ZDecimal** Establece una ventana tal que el cambio en x es 0.1.
- ZSquare** Establece una ventana tal que la longitud de la escala en x es igual a la longitud de la escala en y.
- ZStandard** Establece la siguiente ventana automáticamente:

```
WINDOW
Xmin=-10
Xmax=10
Xscl=1
Ymin=-10
Ymax=10
Yscl=1
Xres=1
```


CONT. ANEJO 2

ZTrig Establece una ventana apropiada para trazar la gráfica de funciones trigonométricas.

```
WINDOW
Xmin=6.152285...
Xmax=6.1522856...
Xscl=1.5707963...
Ymin=-4
Ymax=4
Yscl=1
Xres=1
```

ZInteger Establece una ventana tal que el cambio en x es 1.

ZoomStat Establece una ventana adecuada para trazar la gráfica de datos estadísticos.

ZoomFit Intercambia el valor establecido en Ymin y Ymax por el valor mínimo y máximo de la función en el intervalo.

Menú ZOOM MEMORY

Para entrar al menú ZOOM MEMORY oprima las teclas ZOOM, >.

ZPrevious Traza la gráfica utilizando la ventana que se había establecido antes de la actual.
Esta opción es cíclica.

ZoomSto Almacena inmediatamente la ventana que se está utilizando. Traza la gráfica, y los valores de la ventana son almacenados en memoria.


ZoomRcl Traza la gráfica utilizando la ventana previamente almacenada en memoria.

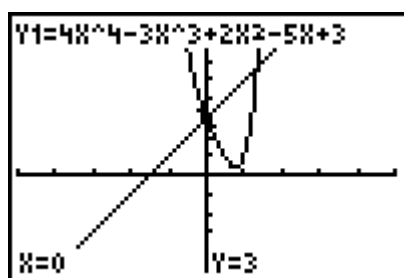
SetFactors Los zoom factor, XFact y YFact, son números positivos(no necesariamente enteros) mayores o iguales a 1. Estos definen el factor de la magnificación o reducción usados en Zoom In o Zoom Out.

CONT. ANEJO 2


TRACE

La opción  permite mover el cursor sobre la gráfica de la función.

Para comenzar un "trace" oprima la tecla , inmediatamente trazará la "s" gráfica"s" de la "s" función"es". El cursor estará sobre la gráfica de la primera función seleccionada en el editor. Las coordenadas del punto estarán en la parte inferior de la pantalla, siempre y cuando en el menú FORMAT la opción CoordOn haya sido seleccionada, y $Y = 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 5x + 3$ estará en la parte superior izquierda de la pantalla, siempre y cuando en el menú FORMAT la opción ExprOn haya sido seleccionada.



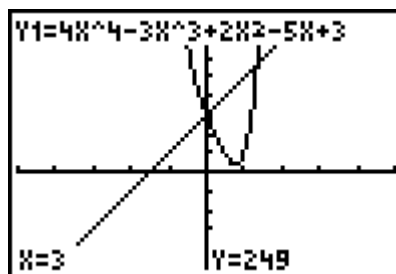
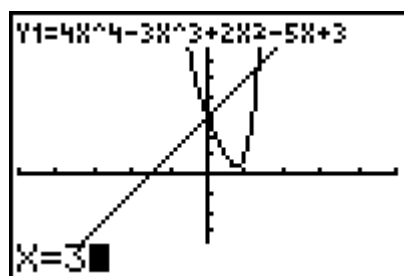
Al mover las teclas direccionales de la izquierda o la derecha el curso se moverá sobre la gráfica de la función, en la parte inferior de la pantalla aparecerán las coordenadas del punto donde se encuentra el cursor y en la parte superior de la pantalla aparecerá la ecuación.

Otra forma de utilizar el TRACE es entrando cualquier valor válido de $X(X_{min} \leq X \leq X_{max})$ y oprimiendo la tecla . En este caso el cursor se



moverá al punto indicado.

CONT. ANEJO 2


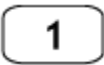





Gráfica Estadísticas y Listas

Para examinar y analizar los datos se utiliza las facilidades estadísticas y gráficas de la calculadora TI-84 Plus. Los datos se transmiten a la calculadora en listas. A continuación entraremos los siguientes datos en las listas L1 y L2 de la calculadora:

x	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250
y	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200

Para entrar los datos oprime:

1.  para entrar al menú.
2.  Para entrar al editor.
3. Mueve el cursor hasta que quede sobre L1 y oprime   , para borrar los datos que estén almacenados en esa lista, si alguno.
4. Entra los datos correspondientes a la variable x, uno por uno, seguido de la tecla  .
5. Al terminar, mueve el cursor hasta que quede sobre L2 y repite las

CONT. ANEJO 2

L1	L2	L3	2
125	100		
150	120		
175	140		
200	160		
225	180		
250	200		
-----	-----		
L2(11) =			

instrucciones 3 y 4 con los datos correspondientes a la variable y.

Una vez entrados los datos, salimos del editor oprimiendo las teclas  .

Ahora vamos a trazar la gráfica de los datos.

- Oprime las teclas  .

```



5:Hi-Lo:
1:Plot1...Off
  ^ L1 L4 .
2:Plot2...Off
  ^ L3 L5 .
3:Plot3...Off
  ^ L1 L2 .
4:PlotsOff
  
```

- Oprime , en la pantalla aparecerá lo siguiente:

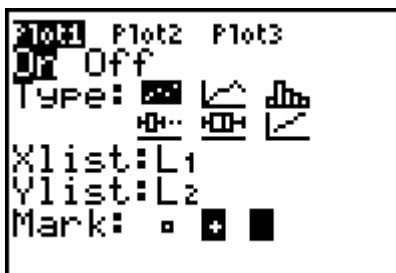
```

Plot1 Plot2 Plot3
Off
Type: [Line] [Bar] [Pie]
      [Normal] [Dot] [Cross]
Xlist:L1
Ylist:L4
Mark: [ ] + [ ]
  
```

CONT. ANEJO 2

- a. **On Off** nos permite activar o desactivar el Plot1. En este caso queremos activarlo, por lo tanto, seleccionamos On y oprimimos .
- b. **Type:** nos permite escoger el tipo de gráfica. En este caso queremos la gráfica de puntos, por lo tanto, movemos el cursor hasta el símbolo de puntos (el primero) y oprimimos .
- c. **Xlist:** y **Ylist:** Nos permite escoger la lista de datos que utilizaremos para trazar la gráfica. En Xlist: los datos de la variable independiente y en Ylist: los datos de la variable dependiente. En este caso son L1 y L2, así que llevamos el cursor hasta Xlist: y oprimimos las teclas 2nd y 1. Luego llevamos el cursor hasta Ylist: y oprimimos las teclas 2nd y 2.
- d. **Mark:** Nos permite escoger la marca que utilizaremos para trazar la gráfica. En este caso escogeremos +, así que llevamos el cursor hasta la marca y oprimimos ENTER.

3. Para limitar la gráfica a solamente los datos deseados puedes hacer lo siguiente:



- a. Oprime , para entrar al editor de funciones.
- b. Desactivas las funciones que estén en el editor llevando el cursor hasta el

CONT. ANEJO 2

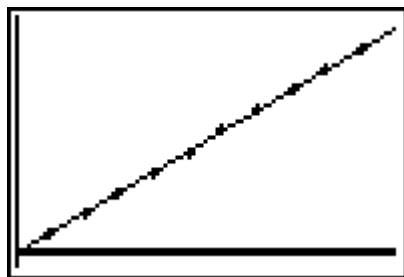
signo = e inmediatamente oprima **ENTER**.

c. Oprima **ZOOM** y luego el **9**, inmediatamente observara la gráfica de los datos.



Observe que los puntos están alineados, por lo tanto, es razonable pensar que el modelo matemático que corresponde es uno lineal. Ahora comparemos los datos con la función $f(x)=0.8x$.

1. Oprima **Y=** y luego **CLEAR**.
2. Oprima las teclas **.** **8** **X,T,Θ,n**. Está editando la función.
3. Oprima **GRAPH**.



CONT. ANEJO 2

A continuación aprenderemos a examinar listas relacionadas. Esto es, la calculadora TI-84 PLUS nos permite desarrollar listas a partir de las existentes.

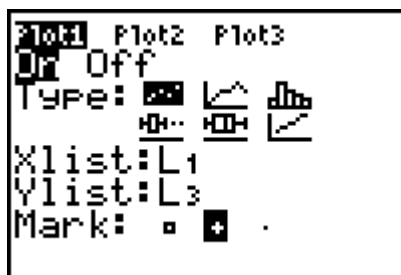
1. Oprime las teclas **STAT** **1** para entrar al editor.
2. Mueve el cursor hasta que esté sobre L3 y oprime **CLEAR**.
3. Entra la expresión $2^{(L2 \div 80)}$ oprimiendo las **2** **^** **(** **2nd** **2** **÷** **8** **0** **)** **ENTER**. Aparecerá en L3 la lista siguiente:

L1	L2	L3
25	20	1.5422
50	40	1.9152
75	60	2.3784
100	80	2.9537
125	100	3.668
150	120	4.5552
175	140	
L3(1)=1.241857812...		

Ahora vamos a examinar la gráfica de los datos.

1. Oprime las teclas **2nd** **Y=**.
2. Oprime **1** esto desplegará un menú de opciones.
 - a. Selecciona On seguido de **ENTER**.
 - b. TYPE: escoge la gráfica de puntos seguido de **ENTER**.
 - c. Xlist: L1 (**2nd** **1**) y Ylist: L3 (**2nd** **3**).
 - d. Mark: +

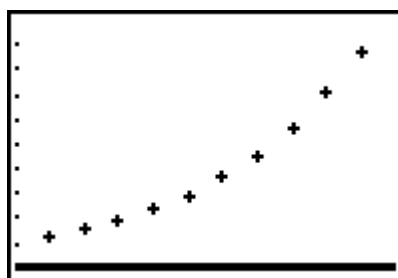
CONT.



ANEJO 2

3. Limita la gráfica a los datos deseados. ¿Cómo se hace?

Oprima  .



Observe que los datos no están alineados, ¿cuál es la forma aparente de los puntos de la gráfica?, ¿qué modelo matemático corresponde a esto?

Ejercicios de practica

1. En L4 Cree una lista con el $\ln(L3)$. Esto es en L4 aparecerá el logaritmo natural de los valores de L3.
2. Trace la gráfica de L1 vs L4.
3. Compara las gráficas de L1 vs L3 con $f(x) = e^{0.006931471x}$.
4. Entre en L3 los siguientes datos:
4, 16, 36, 64, 100, 144, 196, 256, 324, 400.
4. Trace la gráfica de L2 vs L3.
5. Compare la gráfica anterior con $f(x) = x^2/100$.

Números Enteros y Resolución de Problemas

ANEJO 3

Un Dólar Perdido

Josiel, Raúl y Edwin fueron a comer a un restaurante en Río Piedras y cada uno pagó \$20 por la comida. Cuando el mozo va pagar la cuenta a la caja, el gerente se percató que el total de la cuenta eran \$55, les había cobrado de más. Le da \$5 al mozo y le indica que se los devuelva. El mozo, sin saber cómo dividir los \$5 en partes iguales, le da un dólar a cada uno y se queda con dos dólares. Más tarde en la noche, el mozo razona que cada uno de los clientes pagó \$19 (\$20 menos \$1 que él les devolvió). Dado que los \$57 que ellos pagaron más los \$2 que él retuvo suman \$59, se quedó pensando qué había pasado con el dólar perdido.

¿Puedes explicar lo que sucedió?

Números Enteros y Resolución de Problemas

ANEJO 4

Estrategias para la Resolución de Problemas

Probablemente el estudio más famoso sobre técnicas de resolución de problemas es el desarrollado por George Polya¹ (1888-1985). Entre sus muchas publicaciones cabe mencionar la obra *How to Solve It*. En este libro, Polya propuso un proceso de cuatro pasos para resolver problemas.

Proceso de cuatro pasos de Polya para la resolución de problemas

1. **Entienda el problema.** Usted no puede resolver un problema si no entiende lo que se le pide encontrar. El problema debe ser leído y analizado cuidadosamente. Es probable que necesite leerlo varias veces. Después de que así haya hecho, pregúntese: “¿Qué debo encontrar?”
2. **Formule un plan.** Hay muchas formas de atacar un problema y decidir qué plan es el apropiado. Véase la lista titulada “Estrategias sugeridas para la resolución de problemas”, para conocer algunos de los diferentes enfoques posibles.
3. **Lleve a cabo el plan.** Una vez que sepa cómo enfocar el problema, realice su plan. Usted puede correr hacia un “callejón sin salida” o por caminos con obstáculos imprevistos, pero sea persistente. Si es capaz de resolver un problema sin ningún esfuerzo, entonces esto no tiene mucho de problema, ¿o sí?
4. **Revise y compruebe.** Compruebe su respuesta para ver que ésta sea

En el paso 2 del proceso de Polya para la resolución de problemas, hablamos de formular un plan. Aquí hay algunas estrategias que pueden resultar útiles.

¹ George Polya, el autor del clásico *How to Solve It*, murió a la edad de 97, el 7 de septiembre de 1985. Originario de Budapest, Hungría, fue cuestionado en una ocasión sobre por qué a finales del siglo surgieron en ese país tantos buenos matemáticos. Respondió que fue porque la matemática es la ciencia más económica: no requiere ningún equipo costoso, solamente lápiz y papel. En otra ocasión, se cuenta que dijo: “Yo no fui lo suficiente listo para convertirme en físico, ni demasiado inteligente para ser filósofo, así que elegí las matemáticas”. Escribió en calidad de autor o coautor más de 250 artículos en muchos idiomas, además de un gran número de libros; también fue un brillante conferenciante y profesor. No obstante sus cualidades, resulta curioso el hecho que Polya nunca aprendió a conducir un automóvil (La información se obtuvo del libro *Matemática: Razonamiento y Aplicaciones* escrito por Charles D. Miller, Vern E. Heeren y E. John Hornsby, JR (1999).



CONT. ANEJO 4

Estrategias sugeridas para la solución de problemas	
Elabore una tabla o un diagrama. Busque un patrón. Resuelva un problema similar más sencillo. Haga un dibujo. Use un razonamiento inductivo. Escriba una ecuación y resuélvala.	Si una fórmula es aplicable, úsela. Vuelva a revisar el trabajo. Realice suposiciones y verifíquelas. Utilice el método de ensayo y error. Use el sentido común. Si una respuesta parece bastante obvia o imposible, busque una "trampa".

Una solución particular de un problema puede involucrar una o más de las estrategias listadas aquí, y usted debe procurar ser creativo en sus técnicas de resolución de problemas. Piense en esto: el jugador de baloncesto Michael Jordan hace disparos increíbles que parecen fáciles, pero muy poca gente puede igualar sus proezas. Aun con la habilidad natural que él tiene, le son necesarias horas de práctica. Como cualquier destreza, la pericia en la resolución de problemas requiere perseverancia y trabajo duro. La mejor forma de aprender a resolver problemas es resolviéndolos.