Maestro/a Máster: Josiel Rosado Tirado
Curso: Trigonometría
Tema: Medidas en el círculo

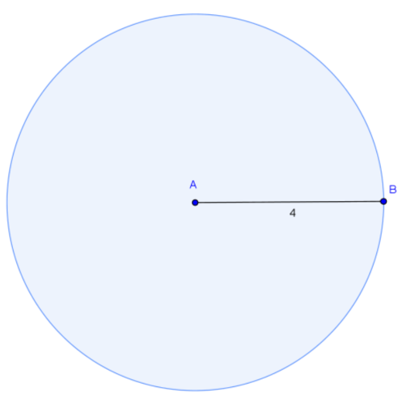
Actividad de inicio: Medidas básicas del círculo

Preguntas guiadas

1. ¿Qué es un círculo?
   Es la figura plana formada por una circunferencia más toda su región o área interior.
2. ¿Qué es la circunferencia?
   Es el conjunto de todos los puntos del plano que equidistan de un mismo punto llamado centro de la circunferencia. El punto centro no pertenece a la circunferencia.
3. ¿Qué es el radio de la circunferencia?
   Es un segmento que une el centro de la circunferencia con cualquier punto de ella.
4. ¿Qué es el diámetro de la circunferencia?
   Es el segmento que pasa por el centro de la circunferencia y une dos puntos de la circunferencia. El diámetro siempre es el doble del radio: d = 2r
5. ¿Cuál es la fórmula del perímetro de la circunferencia?
   $$C = 2\pi r$$
6. ¿Cuál es la fórmula del área de la circunferencia?
   $$A = \pi r^2$$
7. ¿Cuántos grados mide lun círculo completo?
   $$360°$$

Utiliza la información anterior para buscar el perímetro y el área de la circunferencia del siguiente círculo. Luego completa la tabla.

$C =$
$C = 2(3.14)(4)$
$C = 25.12cm$



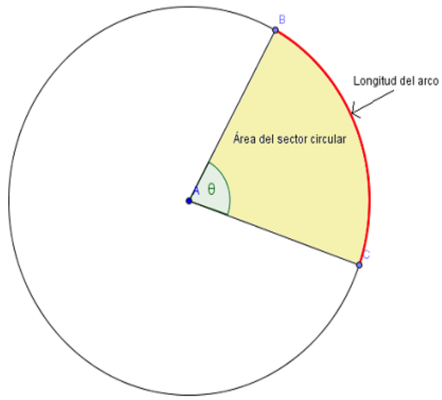
$A =$
$A = (3.14)(4^2)$
$A = (3.14)(16)$
$A = 50.24cm^2$

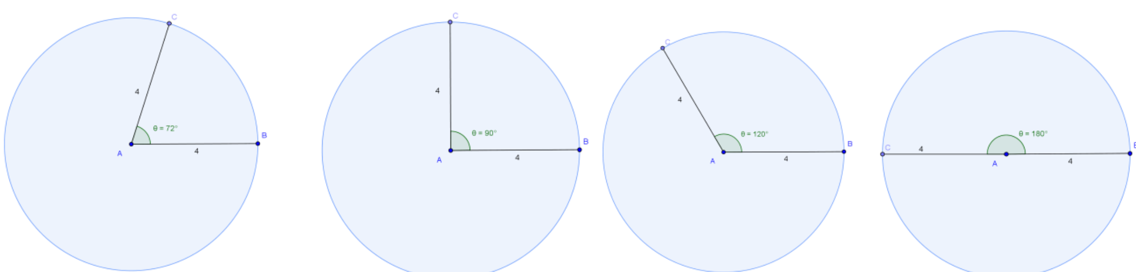
Círculo Parte del círculo	Perímetro circunferencia (cm)	Área circunferencia (cm^2)	Grados
completo	25.12	50.24	360°
La mitad (1/2)	12.56	25.12	180°
Un tercio (1/3)	8.3733…	16.7466…	120°
Un cuarto (1/4)	6.28	12.56	90°
Un quinto (1/5)	5.024	10.048	72°

Proyecto financiado por la Fundación Nacional de Ciencias

En la actividad anterior buscamos la circunferencia y el área de un círculo con las fórmulas ya conocidas. Completamos una tabla en la que se puede observar medidas de partes o pedazos de la circunferencia y el área del círculo. Estas partes o pedazos tienen sus nombres y sus propias fórmulas.
Veamos:

Arco es una parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos de ella.
Longitud de arco se define como la distancia a lo largo de la línea curva que conforma un arco; es una porción de la circunferencia.
Ángulo central es el ángulo cuyo vértice es el centro de la circunferencia y sus lados son dos radios de ella. Sus puntos extremos forman un arco.
Sector circular es la parte del círculo limitada por dos radios y un arco. Otros métodos para definirlo sería: porción de círculo delimitada por dos de sus radios o por un ángulo central al mismo.





Como podemos observar la longitud del arco y el sector circular cambian según modificamos la medida del ángulo central.

Así que estas dos medidas dependen de la directamente medida del ángulo central.

Observemos que la mitad, el tercio, el cuarto y el quinto de la circunferencia no son otra cosa que arcos.

Igualmente la mitad, el tercio, el cuarto y el quinto del área del círculo son sectores circulares.

Cuando buscamos la mitad de la circunferencia el ángulo de 360° se redujo a la mitad, cuando buscamos el tercio de la circunferencia se redujo a una tercera parte y así sucesivamente.

Podemos observar en la tabla que todas las medidas se pueden calcular multiplicando la circunferencia o área por la fracción que representa la parte del círculo que queremos. Podemos ver que esa fracción es equivalente a la razón que hay entre el ángulo centra del arco o sector circular y los 360° del circulo completo.

$\frac{1}{2} = \frac{180°}{360°}$ $\frac{1}{3} = \frac{120°}{360°}$ $\frac{1}{4} = \frac{90°}{360°}$ $\frac{1}{5} = \frac{72°}{360°}$ $¿? = \frac{\theta°}{360°}$

Esto quiere decir que podemos utilizar la fórmula para hallar el perímetro de la circunferencia o el área del círculo añadiéndole esta razón para calcular la longitud del arco y el área del sector circular.
Por lo tanto las formulas son:

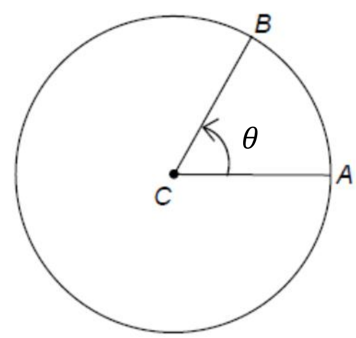
$$L = 2\pi r \cdot \frac{\theta°}{360°}$$
$$A_s = \pi r^2 \cdot \frac{\theta°}{360°}$$

Ejemplos:

Busca la longitud del arco y el área de un sector circular con radio de 5 cm y ángulo central $\theta = 80°$.

$$Arco = \frac{\theta}{180°} \cdot \pi r = \frac{80°}{180°} \cdot \pi \cdot 5 = \frac{4}{9} \cdot 5\pi = \frac{20\pi}{9} \approx 6.98\ cm$$
$$área = \frac{\pi r^2}{360°} \cdot \theta = \frac{\pi \cdot 5^2}{360°} \cdot 80° = \frac{50\pi}{9} \approx 17.44\ cm^2$$

Para cada uno de los siguientes problemas, utiliza el ángulo central y el radio o diámetro proporcionados para determinar la longitud de arco y el área del sector circular. (Considera $\pi = 3.14$)



1. θ = 112° y el radio mide 11 cm.
   Arco≈ 21.49 cm área≈ 118.20 cm^2
2. θ = 15° y el diámetro mide 40 cm.
   Arco≈ 5.23 cm área≈ 52.33 cm^2
3. θ = 60° y el radio mide 20 cm.
   Arco≈ 20.93 cm área≈ 209.33 cm^2
4. θ = 310° y el diámetro mide 3 cm.
   Arco≈ 8.11 cm área≈ 6.08 cm^2

Proyecto financiado por la Fundación Nacional de Ciencias

Maestro/a Máster: <u>Josiel Rosado Tirado</u>
Curso: Trigonometría
Tema: Medidas en el círculo

Actividad de desarrollo: Aplicando Fórmulas

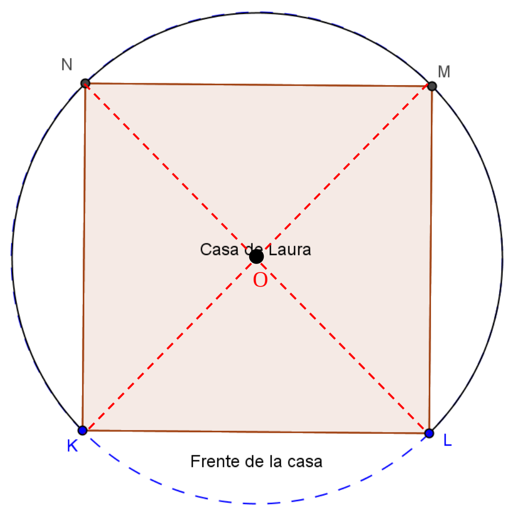
Aplica las fórmulas de longitud de arco y área de sector circular para resolver los siguientes retos de aplicación.

1. Laura tiene una casa cuadrada inscrita dentro de un solar circular de 144πm². Ella quiere ponerle verja a todo el terreno, menos a la parte del frente de la casa. ¿Cuánta verja necesita Laura? (redondea al entero más cercano) Recuerda el área de un circulo $= \pi r^2$

$$A_\circ = \pi r^2 \rightarrow 144\pi = \pi r^2 \rightarrow \frac{144\pi}{\pi} = \frac{\pi r^2}{\pi} \rightarrow 144 = r^2 \rightarrow r = 12$$

$$Arco\widehat{KOL} = \frac{\pi r \theta}{180°} = \frac{3.14 \cdot 12 \cdot 270°}{180°} = 56.52$$

Laura quiere ponerle verja al terreno circular, por lo tanto ella quiere la longitud del arco mayor KOL.



La rotación complete está dividida en cuatro partes iguales, por lo tanto cada ángulo mide 90°.

Laura necesita 57 metros de verja

2. Natalia está participando de un juego donde se utilizan ruletas. Ella debe acertar en la ruleta con un 3 o con un 5 para permanecer en el juego. ¿Cuál es la probabilidad de que ella permanezca en el juego? Recuerda la probabilidad de que un evento ocurra es $P(evento) = \frac{casos\ favorables}{casos\ posibles}$ por lo tanto en esta situación es $P(3ó5) = \frac{área\ de\ los\ sectores}{área\ total\ del\ círculo}$

área del sector 3

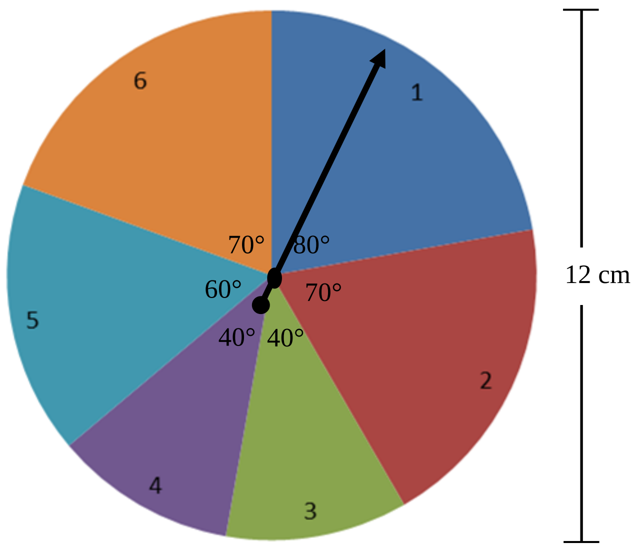
$$A = \frac{\pi r^2 \theta}{360°} = \frac{6^2 \cdot 40° \cdot \pi}{360°} = 4\pi cm^2$$

área del sector 5

$$A = \frac{\pi r^2 \theta}{360°} = \frac{6^2 \cdot 60° \cdot \pi}{360°} = 6\pi cm^2$$

área del círculo

$$A = \pi r^2 = \uparrow \pi \cdot 6^2 = 36\pi cm^2$$



$$P(3ó5) = \frac{4cm^2 + 6cm^2}{36cm^2}$$

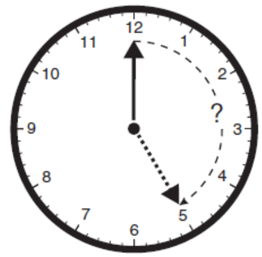
$$P(3ó5) = \frac{10cm^2}{36cm^2}$$

$$P(3ó5) \approx 0.2\overline{7}$$

Por lo tanto tiene una probabilidad de menos de 28% de permanecer en el juego

Proyecto financiado por la Fundación Nacional de Ciencias

3. Observa el siguiente reloj. Si la longitud de las manecillas de los minutos es 6 pulgadas, ¿Cuál es la distancia aproximada que recorre la punta de las manecillas desde hora exacta hasta 25 minutos después de la hora? ¿Qué área del reloj recorre la manecilla?
Usa $\pi = 3.14$ para obtener tus respuestas.



Como la rotación completa de un reloj es 360°, se puede decir que cada hora representa 30°. Por lo tanto al moverse las manecillas desde el doce hasta el cinco recorre un ángulo de 30°x 5 = 150°.

$$Arco = \frac{6 \cdot 150° \cdot \pi}{180°} = 5\pi = 15.7\ pulgadas$$

$$Area = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 150°}{360°} = 15\pi = 47.1\ pulgadas^2$$

Proyecto financiado por la Fundación Nacional de Ciencias

Maestro/a Máster: Josiel Rosado Tirado
Curso: Trigonometría
Tema: Medidas en el círculo

Actividad de cierre: Horario especial

Juan es un estudiante de undécimo grado muy aplicado en el área de matemáticas. Él quiere formar un club de matemáticas para estudiar para las PPAA, pero desea tener solamente estudiantes aplicados. Para asegurarse de esto coloca la hora de las primeras dos reuniones de una forma muy especial. Verifica si puedes asistir a las reuniones del club de Juan.

*Interesados en participar del club de Matemáticas deben completar esta tabla y presentarse al lugar a la hora indicada en la tabla.

Días	Lugar	Horas	Minutos	Hora de reunión
Lunes	Salón Mate	3	14	3:14 pm
Miércoles	Biblioteca	9	42	9:42 am

Para completar la tabla Juan dio las siguientes instrucciones:
Utiliza el siguiente problema sobre longitud de arco y área de sector circular para encontrar las horas de reunión. El resultado de longitud de arco es la hora durante el día de la primera reunión y el resultado del sector circular es la hora durante el día de la segunda reunión. La parte entera del resultado representa las horas y la parte decimal los minutos.

Problema
¿Cuál es la longitud del arco y el área del sector circular formado por las manecillas de un reloj que miden 6 pulgadas, cuando marcan las 1:00 pm exactamente?

Juan te escogió a ti para que prepares los días, horas y lugares de las reuniones de la próxima semana. Él quiere que utilices una forma especial para indicar las horas de las reuniones.

Prepara una situación o problema y crea la agenda del club de la próxima semana. (Se creativo)

Proyecto financiado por la Fundación Nacional de Ciencias