

DISTRIBUCION NORMAL ESTADISTICA INFERENCIAL

Por: Carmen J. Velázquez

Materia: Matemáticas

NIVEL: Secundario

Grado: 10

Distribución normal

Conceptos Secundarios:

Desviación estándar

Media aritmética de la muestra

Media aritmética de la población

Conocimiento Previo:

- Determinar las medidas de tendencia central (media, mediana, moda).
 - Determinar las medidas de dispersión (desviación estándar).
-

Objetivos específicos

Mediante la experiencia de aprendizaje, los estudiantes:

Reconocerán la curva normal como modelo de análisis estadístico.

Examinarán las características de la curva normal.

Aplicarán el uso de la curva normal a situaciones.

ESTÁNDAR DE CONTENIDO: ANALISIS DE DATOS Y PROBABILIDAD

El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.

Décimo Grado

Expectativa:

41.0 Resume, representa e interpreta datos de una sola variable de conteo o medición.

Indicadores:

ES.E.41.1 Usa la media y la desviación estándar de un conjunto de datos para ajustarla a una distribución normal y para estimar porcentajes de población. Sabe que hay conjuntos de datos para los cuales dicho proceso no es el adecuado. Usa calculadoras, hojas de cálculo y tablas para estimar las áreas bajo de una curva normal.

ES.E.41.2 Identifica escenarios donde la distribución normal es de utilidad. Describe las características de la distribución normal.

Glosario

1. Estadística – es la ciencia de obtener, clasificar, organizar e interpretar datos que se presentan a una valoración numérica.
2. Estadística descriptiva – nos indica cual tal es una situación, describe e informa lo que hay de tal modo que permite describir y resumir las observaciones que se hagan sobre un asunto, fenómeno o problema de investigación.
3. Estadística inferencial – cuando se infiere o se deduce una observación de unos datos estadísticos obtenidos de una muestra, la cual se generaliza sobre la población en total.

Glosario

4. Desviación media – estadística que depende o toma como referencia la media o puntuación promedio de un grupo o distribución para indicar el nivel de dispersión de los datos en una distribución.
5. Distribución normal estándar – es una distribución normal de probabilidad con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$, y el área total debajo de su curva de densidad es igual a 1.
Media de la muestra – la puntuación promedio de la distribución de los datos de la muestra.

Glosario

6. Media de la muestra – la puntuación promedio de la distribución de los datos de la muestra.
7. Varianza – de un conjunto de valores es una medida de variación igual al cuadrado de la desviación estándar.

Materiales

1. libreta de papelotes
2. marcadores de colores
3. cinta adhesiva de papel (masking tape)
4. reglas de 12 pulgadas
5. lápices
6. papel cuadriculado
7. calculadora gráfica TI Nspire CX CAS
8. hoja de actividades

Assessment

A través de la lección se realizarán actividades de exploración, desarrollo y cierre dirigidas al desarrollo de las destrezas y conceptos establecidos, asegurando el entendimiento y el aprendizaje de parte de los participantes.

Entre las actividades se incluyen hojas de trabajo individual, trabajo en grupo y uso de la calculadora gráfica.

Inicio: Exploración

Se entrega a cada estudiante una hoja con el dibujo de una curva normal.

Mediante un dialogo socializado se discuten lo siguiente:

Se le indica al grupo que escriban en el papel qué significa o entienden de esa curva.

Se pregunta, quién desea compartir lo escrito en la hoja.

Se discute de forma general las respuestas de los estudiantes.

Luego se les indica que esa figura en forma de campana es una curva de distribución normal.

Desarrollo:

Se presentan varias actividades

Actividad 1: ¿Qué conoces sobre la curva de distribución normal?

Instrucciones:

Dividir el grupo en sub grupos de 5 estudiantes. Se entrega a cada grupo la hoja de trabajo #1. Contestar las preguntas se discutirá al finalizar la capacitación.

Hoja de trabajo actividad 1: ¿Qué conocimiento tienes?

Actividad 1: ¿Qué conoces sobre la curva de distribución normal?

Instrucciones:

Contesta las siguientes preguntas. Escríbelas en el papelote y pégalas a la pared.

1. ¿Qué sabes sobre estadística?

2. ¿Qué sabes sobre probabilidad?

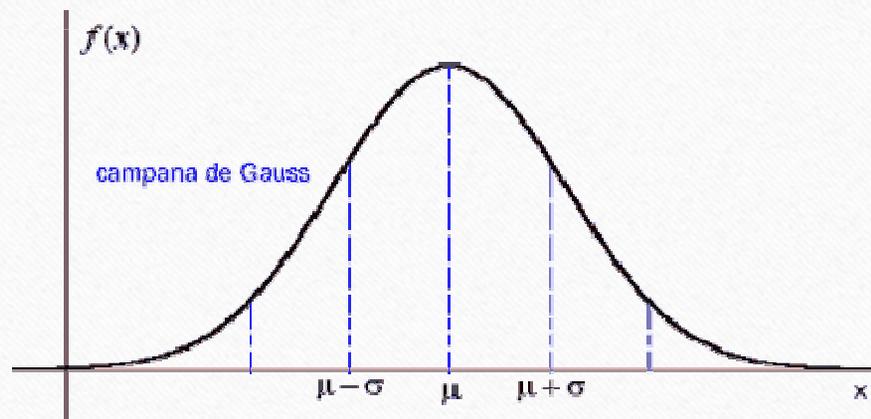
Actividad 1: ¿Qué conoces sobre la curva de distribución normal?

3. Menciona algunos conceptos estadísticos y de probabilidad que recuerdes.

4. ¿Qué es la curva de distribución normal?

Curva de distribución normal

Una gráfica que es simétrica y en forma de campana, se dice que tienen una distribución normal. Una curva de este tipo se llama curva normal o curva de distribución normal.



Es el comportamiento de los datos a través de los resultados de los experimentos o sucesos que evaluaremos.

Curva de distribución normal

Propiedades, la curva de distribución:

- a. Presenta forma de campana (es simétrica respecto al eje y , lo que está a la izquierda de su valor central, es lo mismo que está a la derecha de su valor central. Cóncava hacia abajo entre $x = -1$ y $x = 1$; cóncava hacia arriba en el resto de la misma.
- b. Es asintótica (su valor en las colas está muy cercano al eje, pero no va a tocar el eje, lo cual tiene como comportamiento en la probabilidad que tenga valores que no llegue a convertirse en un intervalo cerrado, sino que son intervalos abiertos que nunca son 0 y nunca son 1, pero que van a estar muy cercanos a ellos (disminuye con respecto al eje x en ambos sentidos).
- c. Posee una media igual a 0.
- d. Tiene una desviación estándar igual a 1.

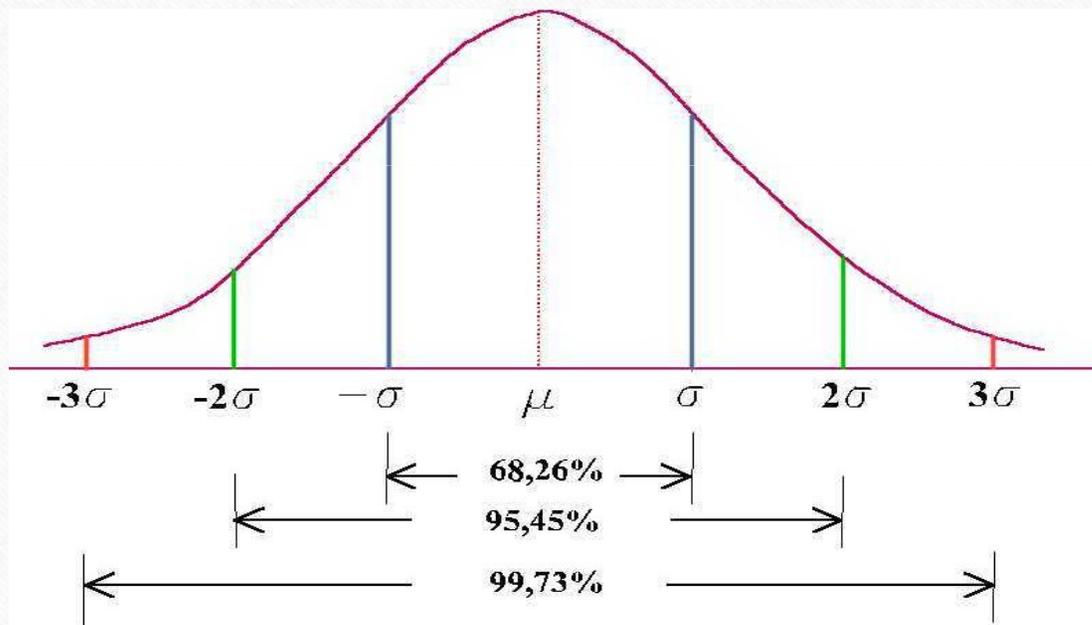
Curva de distribución normal

Existen diferentes distribuciones normales, las cuales dependen de dos parámetros, la media poblacional y la desviación estándar poblacional.

La distribución de probabilidad normal estándar es una función que relaciona mediciones con probabilidades, se dice que la probabilidad asignada al intervalo comprendido entre a y b , sobre los ejes, es el área comprendida entre a , b , la curva normal estándar y el eje x . Así la probabilidad de que un elemento escogido al azar, de una población normal, tenga una medida en el intervalo (a, b) , es el área determinada por la curva, el eje x y la recta $x = a$ y $x = b$.

Como la probabilidad del evento seguro es 1, el área limitada por la curva y el eje de las x debe ser igual a 1. El área bajo la curva, es el área limitada por la curva y el eje de las x .

Campana de Gauss o Curva de Distribución Normal



Campana de Gauss o Curva de Distribución Normal

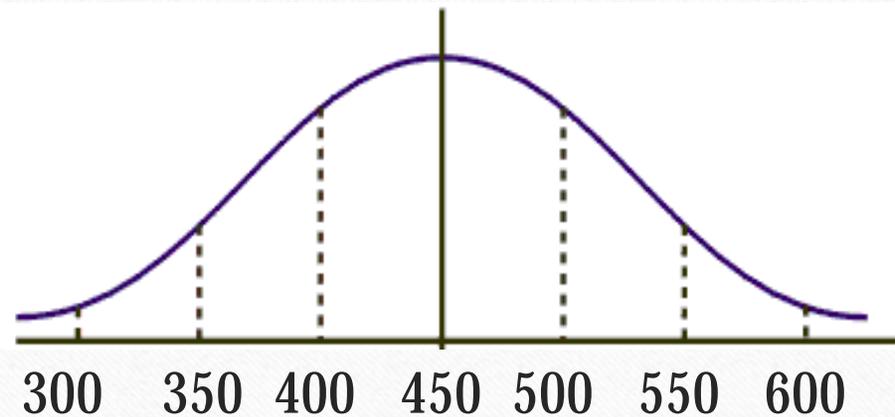
Significado de los por cientos:

- a) Cerca de los 68% de todos los valores de los datos en una curva normal quedará dentro de una desviación estándar en ambas direcciones.
- b) Cerca del 95% de los valores quedará dentro de dos desviaciones estándar de la media.
- c) Cerca del 99.7% de los valores quedarán dentro de tres desviaciones estándar de la media.

Curva de Distribución Normal

Ejemplo:

Un par de sandalias dura un promedio de 450 millas de uso, con una desviación estándar de 50 millas. Usa la regla empírica para hallar la probabilidad de duración que un nuevo par de sandalias tendrá en millas.



Curva de Distribución Normal

a) Entre 400 y 500 millas:

Solución:

El área bajo la curva entre 400 y 500 millas es aproximadamente 68% del área total. El área bajo la curva corresponde a la probabilidad. Por lo tanto, la probabilidad de que el par de sandalias dure entre 400 y 500 millas es aproximadamente 0.68.

Curva de Distribución Normal

b) Entre 350 y 550 millas

Solución:

El área bajo la curva entre 350 y 550 es aproximadamente 95% del área total. Por lo tanto, la probabilidad de que el par de sandalias dure entre 350 y 550 millas es aproximadamente 0.95.

c) Más de 550 millas

Solución:

El área mayor que 550 millas es la mitad de 5%. Por lo tanto, la probabilidad de que el par de sandalias dure más de 550 millas es aproximadamente 0.025.

Curva de Distribución Normal

Actividad 2: Hacer una gráfica de una curva normal

Ejercicio 1 – Repasando la media poblacional y la desviación estándar poblacional.

Dado los siguientes datos: 12, 17, 22, 27, 32, 37, calcula la media y la desviación estándar.

$$12 + 17 + 22 + 27 + 32 + 37 = 147 \div 6 = 24.5$$

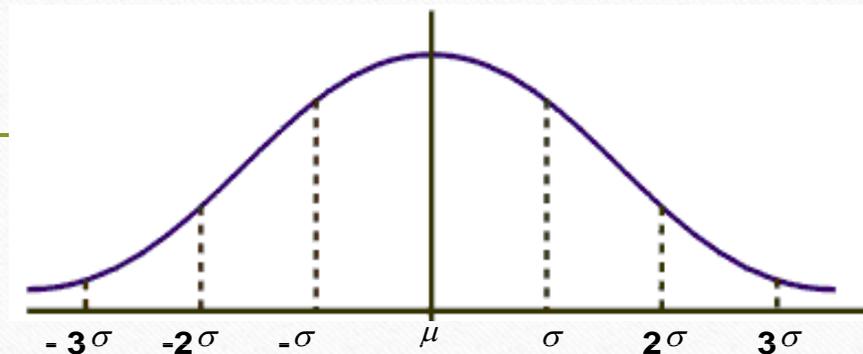
$$\text{Media poblacional } \mu = 24.5$$

$$\text{Desviación estándar poblacional } \sigma = \sqrt{\frac{(x - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{(6 - 24.5)^2}{6}} = 7.55$$

$$\text{Desviación estándar poblacional es } \sigma = 7.55$$

Ejercicio 2

Usando la curva normal, contesta:

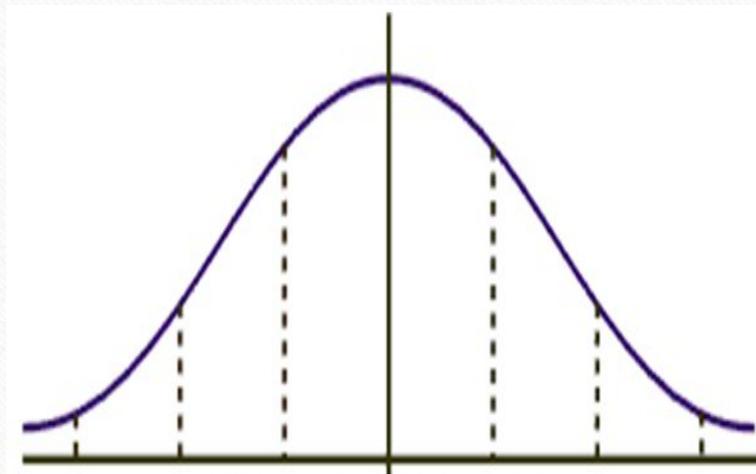


- a) ¿Qué por ciento de los datos son menores o iguales a μ ? **50%**
- b) ¿Qué por ciento de los datos está entre $-\sigma$ y σ ? **68%**
- c) ¿Qué por ciento de los datos está a más de dos desviaciones estándar de la media? **5%**
- d) ¿Qué por ciento está entre -2σ y 2σ ? **95%**
- e) ¿Qué probabilidad hay de que los datos queden entre -3σ y 3σ ? **99%**

Ejercicio 3

Se dan los resultados de una prueba estandarizada, la media es 500 y la desviación estándar 100. Completa los datos que faltan en la curva.

- a) ¿Qué por ciento está entre 400 y 600? **68%**
- b) ¿Qué por ciento está entre 500 y 600? **34%**
- c) ¿Qué por ciento es mayor o igual a μ ? **50%**
- d) ¿Qué probabilidad hay de que un estudiante saque entre 300 y 700? **95%**

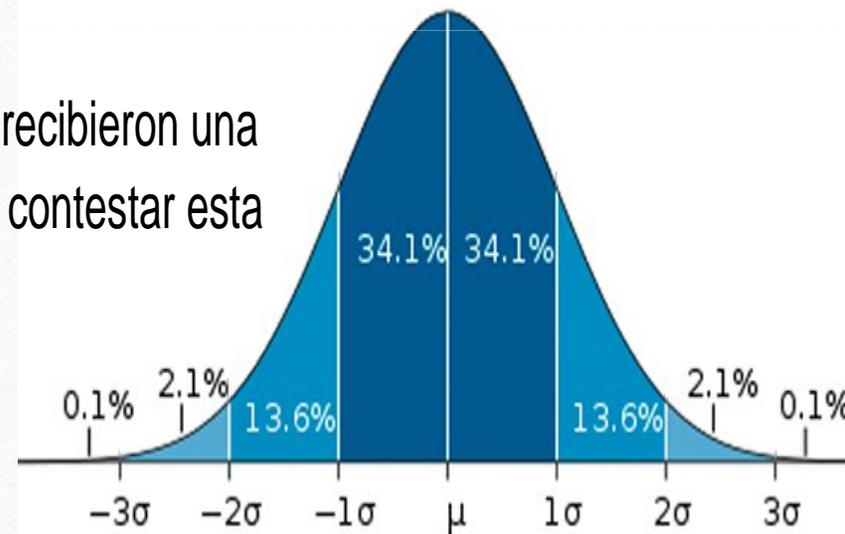


Ejercicio 4

La siguiente gráfica muestra la desviación estándar de los resultados de una prueba de estadísticas en una escuela pública. La media (μ) es puntos

De acuerdo con estos datos, ¿Qué por ciento de los estudiantes recibieron una puntuación de 85 o más? Usa la gráfica de la curva normal para contestar esta pregunta.

$$34.1 + 34.1 + 13.6 + 2.1 + 0.1 = 83.91\%$$



Actividad 3 - Hacer una gráfica de una curva normal

Ejercicio 1:

Para la población de anguilas europeas hembras, la media de longitud del cuerpo es de 21.1 pulgadas. La desviación estándar es de 4.7 pulgadas. Haz una gráfica de una curva normal que muestre las longitudes de las anguilas en una, dos y tres desviaciones estándares de la media.

1. Utiliza la información del ejercicio para para hallar cada longitud.

a) Una desviación estándar de la media

$$\text{Media} - \text{la primera desviación} = 21.1 - 4.7 = 16.4$$

$$\text{Media} + \text{la primera desviación} = 21.1 + 4.7 = 25.8$$

Actividad 3 - Hacer una gráfica de una curva normal

b) Dos desviaciones estándares de la media.

$$\text{Media} - \text{dos desviaciones} = 21.1 - 2(4.7) = 11.7$$

$$\text{Media} + \text{dos desviaciones} = 21.1 + 2(4.7) = 30.5$$

c) Tres desviaciones estándares de la media

$$\text{Media} - 3 \text{ desviaciones} = 21.1 - 3(4.7) = 21.1 - 14.1 = 7$$

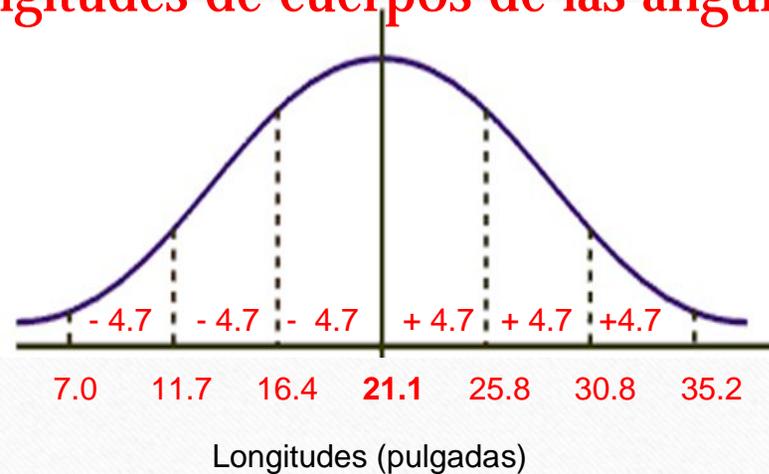
$$\text{Media} + 3 \text{ desviaciones} = 21.1 + 3(4.7) = 21.1 + 14.1 = 35.2$$

Actividad 3 - Hacer una gráfica de una curva normal

Ejercicio 2.

Haz una gráfica de una curva normal que muestre las longitudes de las anguilas en una, dos y tres desviaciones estándares.

Distribución de longitudes de cuerpos de las anguilas europeas hembras



Actividad 3 - Hacer una gráfica de una curva normal

Ejercicio 3

Analizar una distribución normal

Las calificaciones de la prueba de algebra 2 están normalmente distribuidas con una media de 150 y una desviación estándar de 15.

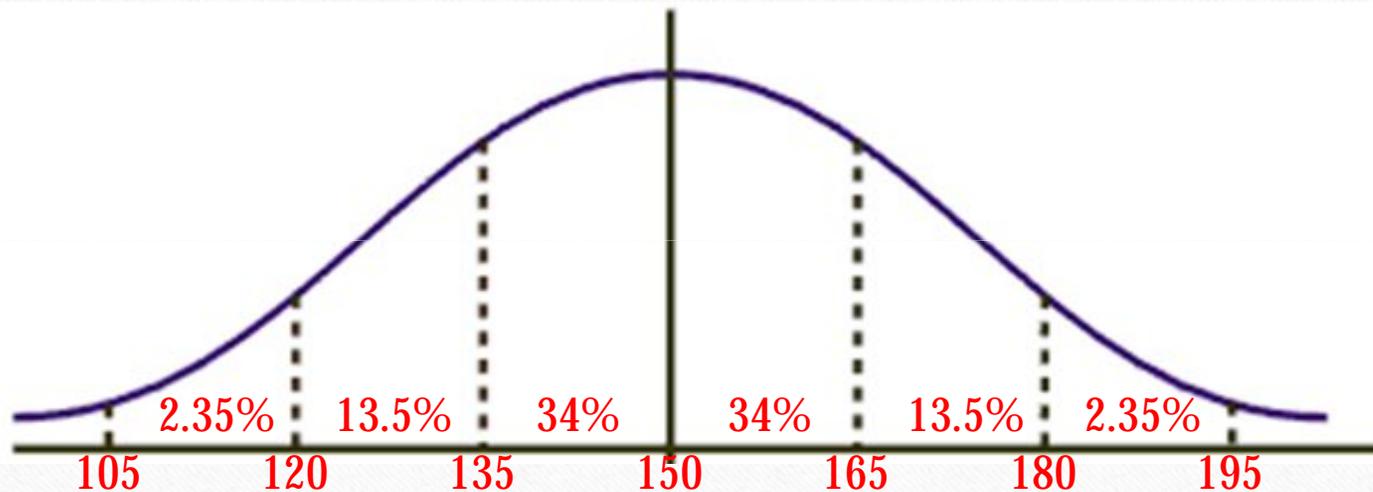
¿Qué porcentaje de los estudiantes que hicieron la prueba obtuvieron una calificación superior a 180?

Actividad 3 - Hacer una gráfica de una curva normal

Utiliza la curva normal a continuación para resolver los ejercicios.

- a) Usa la información de la situación para rotular la media y las desviaciones estándares.
- b) Rotula cada sección de desviación estándar con su porcentaje.
- c) Colorea la porción de la gráfica que corresponde al porcentaje de estudiantes con calificaciones superiores a 180.
- d) Contesta la pregunta del inicio de la actividad.

Actividad 3 - Hacer una gráfica de una curva normal



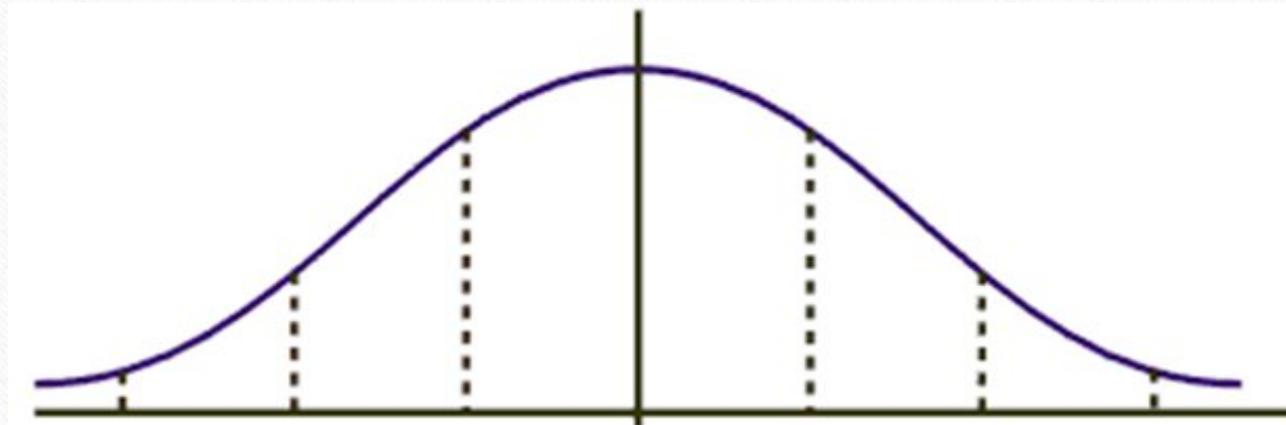
Aproximadamente el 2.35% de los estudiantes que hicieron la prueba obtuvieron una calificación superior a 180.

Trabajando con la Calculadora TI Nspire CX CAS.

Trabajas con la calculadora utilizando los datos del ejercicio anterior para construir la curva de distribución normal.

Media poblacional μ 150

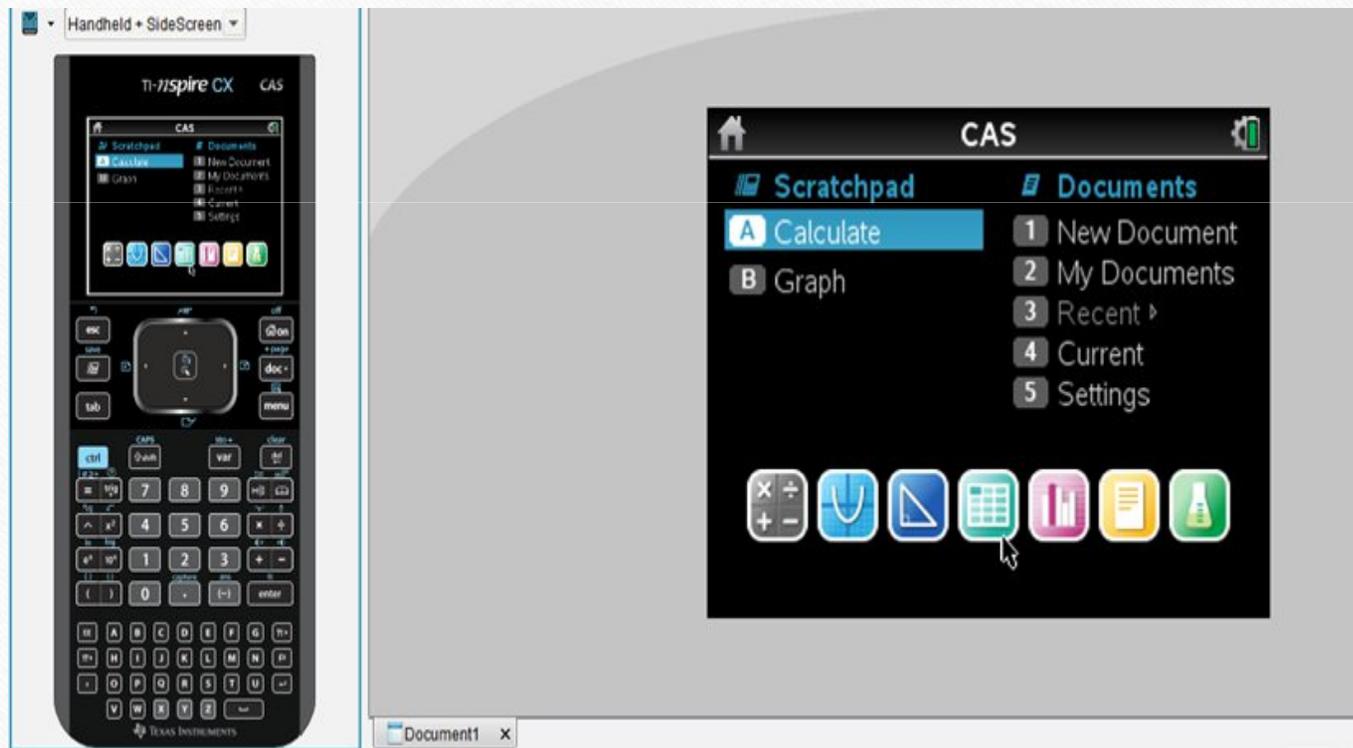
Desviación poblacional σ 15



1. Enciende la calculadora.



2. Oprime el botón de tablas.



3. Entre los datos del ejercicio 1 (12, 17, 22, 27, 32, 37).

The image displays a TI-77spire CX handheld calculator on the left and its corresponding software interface on the right. The calculator screen shows a data table with the following values:

1	2	3	4	5	6
12	17				
2					
3					
4	27				
5	32				
6	37				

The software interface on the right shows a similar data table with columns labeled A, B, C, and D. The values are as follows:

1.1	1.2	A	B	C	D
2		17			
3		22			
4		27			
5		32			
6		37			

The software interface also shows a status bar at the bottom with the text "Document1" and a close button "x".

4. Oprime la tecla menú



5. Escoge el 4. Statistics.

The image displays a TI-84 Plus CE calculator on the left and its software interface on the right. The calculator screen shows the Statistics menu with options 1: Actions, 2: Insert, 3: Data, 4: Statistics, and 5: Table. The software interface shows a spreadsheet with a menu overlay on the left side, listing the same options. The spreadsheet data is as follows:

	C	D
3	22	
4	27	
5	32	
6	37	
A6	37	

6. Oprima 2 Distributions.

The image displays the TI-Nspire CX CAS calculator interface. On the left is a photograph of the physical calculator. On the right is a screenshot of the software interface. The software interface shows a menu structure for the Statistics application. The main menu is open, showing the following options:

- 1: Actions
- 2: Insert
- 1,3,5: Data
- 4: Statistics
- 5: Table

The 'Statistics' menu is expanded, showing the following options:

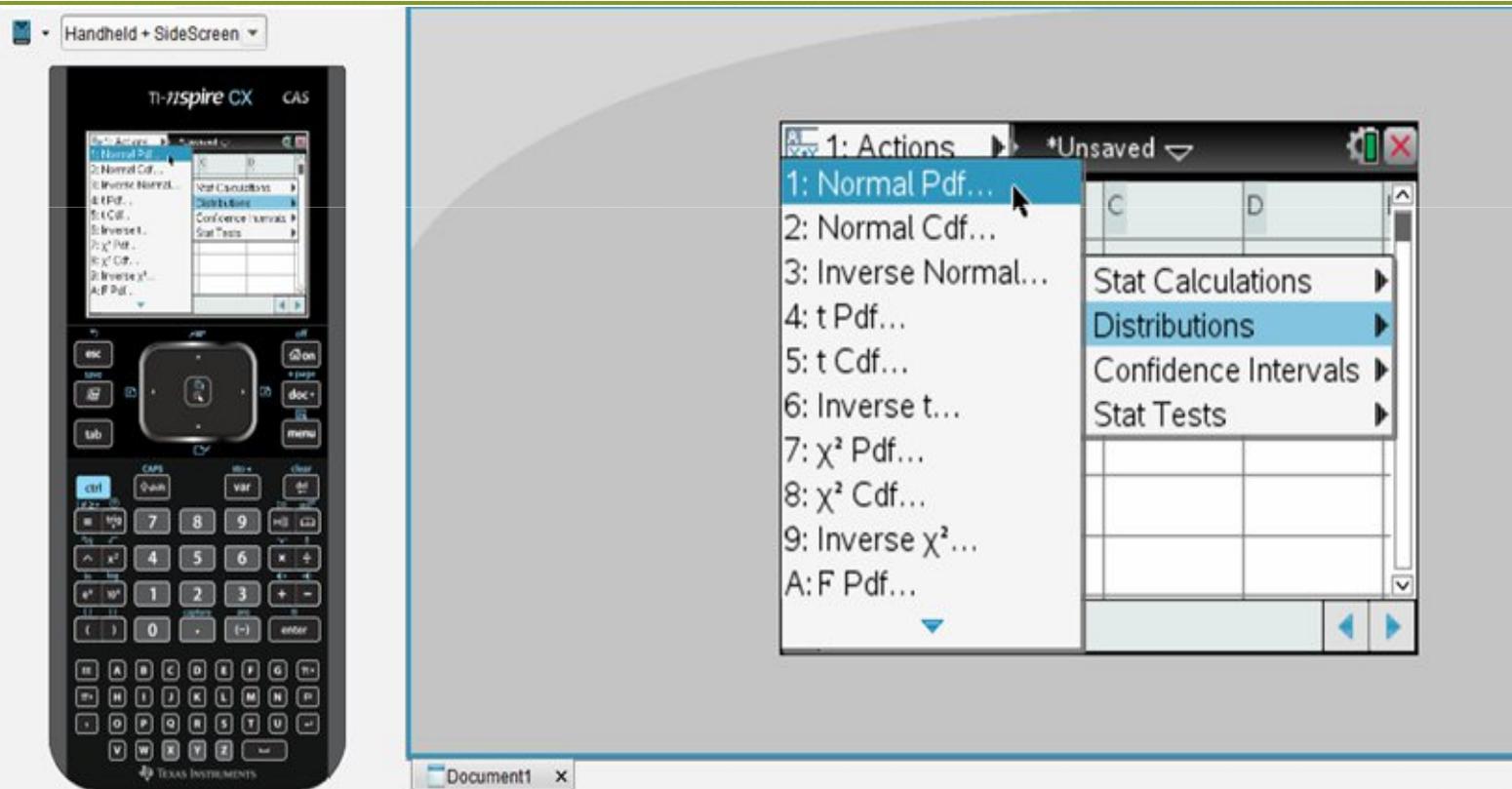
- 1: Stat Calculations
- 2: Distributions
- 3: Confidence Intervals
- 4: Stat Tests

The background of the software interface shows a spreadsheet with the following data in column A:

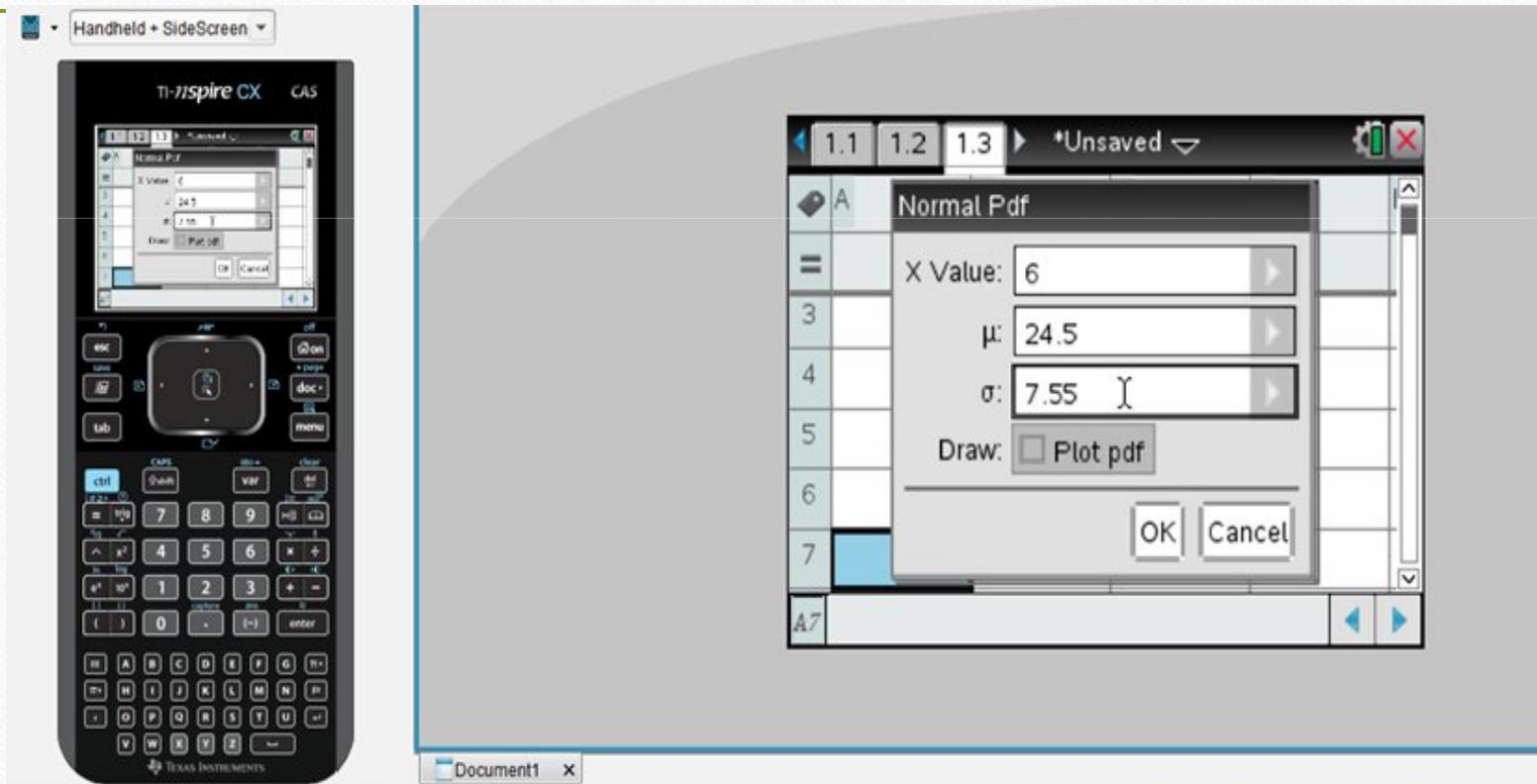
3	22		
4	27		
5	32		
6	37		
A6	37		

The software interface also shows a window title bar with '*Unsaved' and a document tab labeled 'Document1 x'.

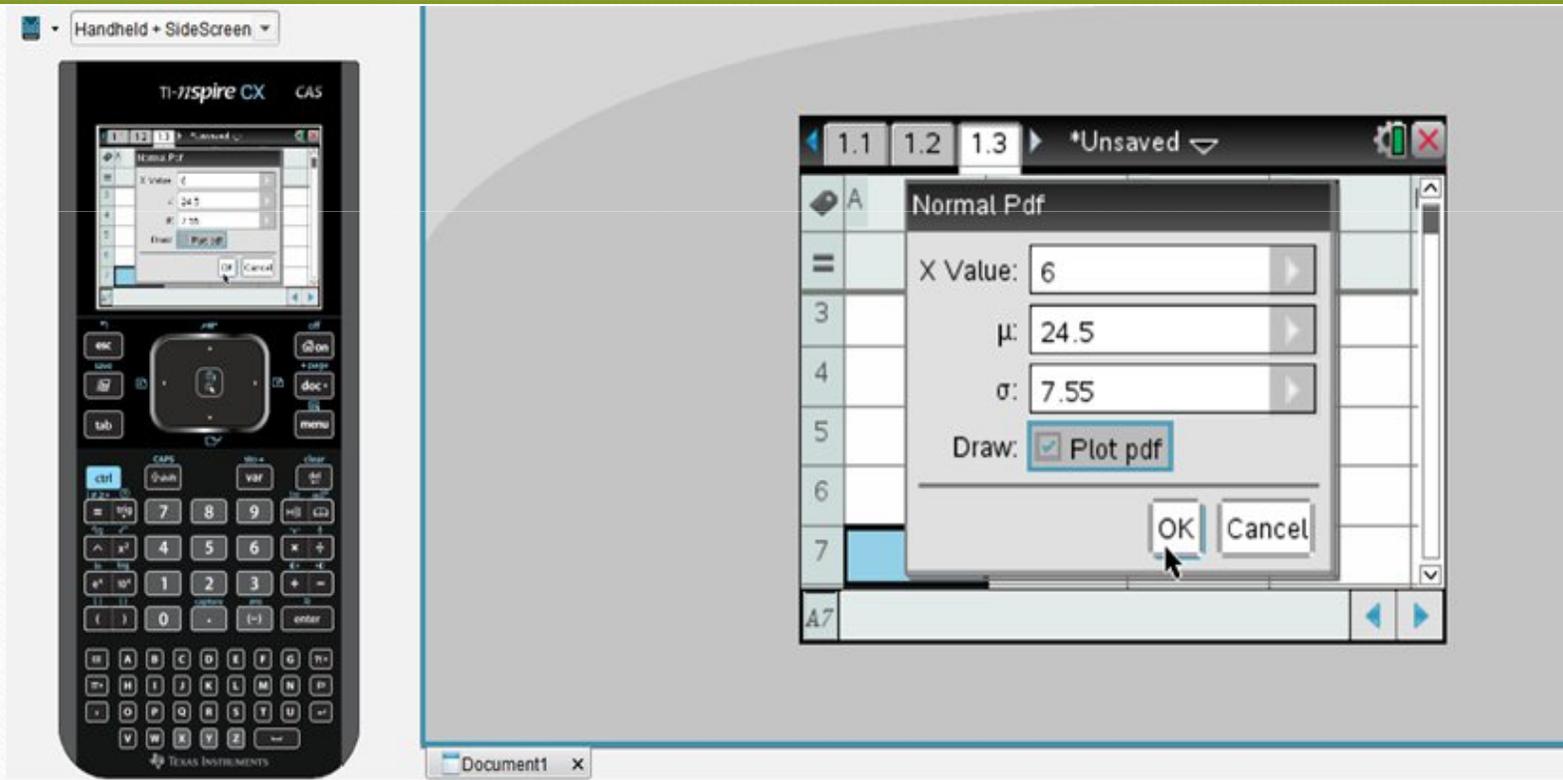
7. Selecciona Normal Pdf.
8. Observa la nueva pantalla.



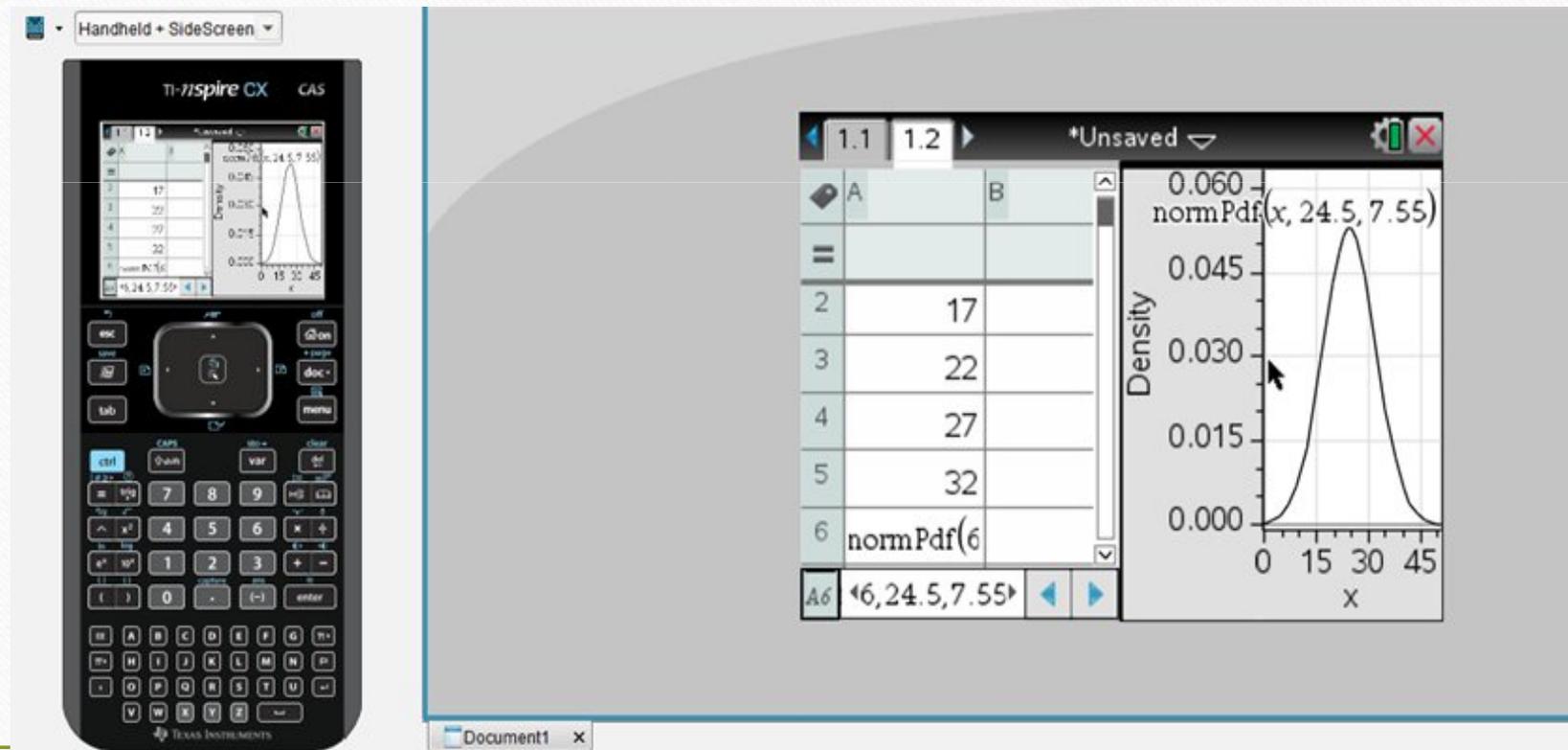
9. Entra la cantidad de datos (6).
10. Baja a μ utilizando el cursor e ingresa el valor de la media (24.5).
11. Baja a σ e ingresa el valor de la desviación de la población (7.55).



12. Haz una marca en Draw – Plot pdf.
13. Ok.



Inmediatamente se refleja en pantalla la tabla con los datos ingresados y la gráfica de la curva de distribución normal.



Cierre:

Comprobación de lo aprendido

A. Utiliza la premisa presentada a continuación para indicar si la oración es verdadera (V) o falsa (F).

¿Cuál es el efecto en una distribución normal si la media aumenta 10 unidades? ¿Y si la desviación estándar aumenta 10 unidades?

1. Una población está distribuida normalmente con una media de 34 y una desviación estándar de 6.

a) V La nueva media es 44.

b) V La nueva desviación estándar es 16.

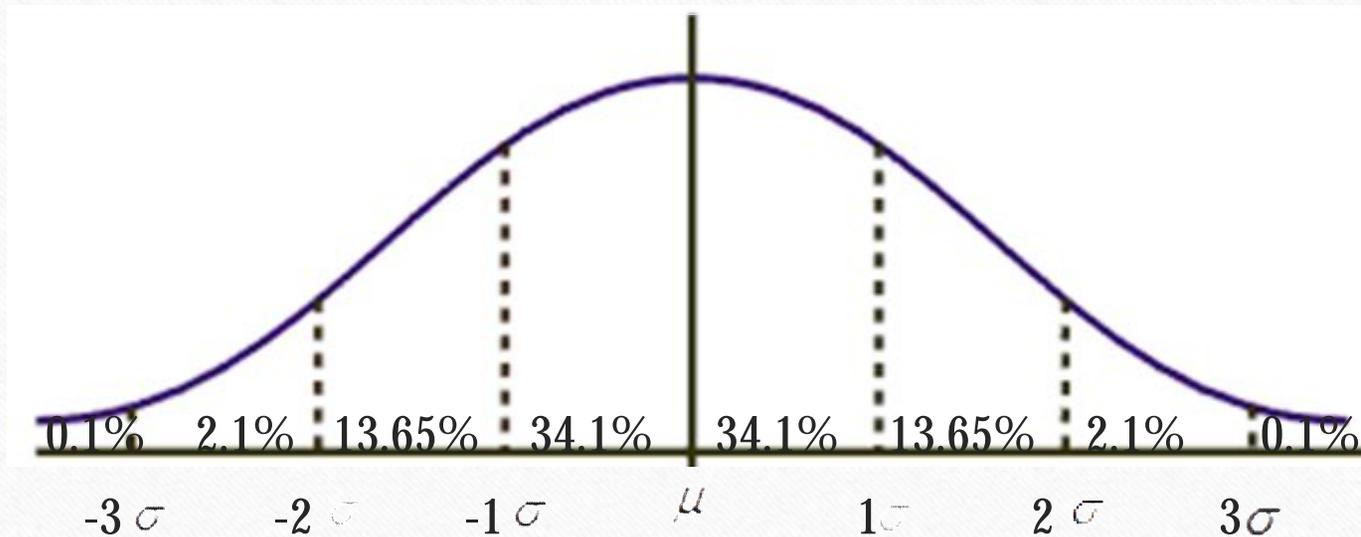
c) F Cada intervalo se traslada 10 unidades a la derecha.

Comprobación de lo aprendido

2. Supón que la desviación estándar aumenta 10.
- a) F La nueva media es 44.
 - b) V La nueva desviación estándar es 16.
 - c) V El ancho de cada intervalo aumenta a 16.

Comprobación de lo aprendido

- B. La siguiente gráfica muestra la desviación estándar de los resultados de una prueba de Matemáticas en una escuela. La media es 100 y la desviación estándar es 10 puntos.



Comprobación de lo aprendido

De acuerdo con estos datos, ¿qué porcentaje de los estudiantes recibieron una puntuación de 90 o más? Usa la gráfica de la curva normal para ayudarte a contestar esta pregunta.

- 1) 15.8%
- 2) 49.9%
- 3) 68.2%
- 4) 84.0%

Referencias

McClave, J., Dietrich, F., (1990). *A First Course of Statistics*. Dellen –
McMillan.

Prentice Hall (2011). *Algebra 2*. Pearson.

Triola, M. (2009). *Estadística*. Decima Edición. Pearson – Addison Wesley.