



Guía del Maestro Probabilidad

Título: Probabilidad

Autores:

Materia/Nivel: Matemática 7-12

Concepto principal: Probabilidad

Objetivos específicos: Al terminar la capacitación los participantes:

1. Definirán experimento aleatorio.
2. Definirán experimento uniforme.
3. Ofrecerán distintos ejemplos de experimentos aleatorios.
4. Definirán espacio muestral.
5. Dado un experimento determinarán el espacio muestral.
6. Definirán evento.
7. Definirán evento simple.
8. Dado un espacio muestral determinarán un evento.
9. Dado un espacio muestral determinarán un evento simple.
10. Definirán probabilidad teórica.
11. Definirán probabilidad experimental.
12. Dado un experimento aleatorio determinarán probabilidad teórica.
13. Dado un experimento aleatorio determinarán probabilidad experimental.
14. Establecerán la diferencia entre probabilidad teórica y probabilidad experimental.

Estándares y Expectativas del Grado

19.0 ESPACIO MUESTRAL.

Determina el espacio muestral para un experimento y determina, cuando sea posible, la probabilidad teórica para un evento definido en el espacio muestral. Describe y aplica la Regla de la Suma de Probabilidades.

E.PR.7.19.1 Determina el espacio muestral para un experimento y utiliza listas, tablas y diagramas de árbol para representar todos los resultados posibles.

E.PR.7.19.2 Usa diagramas de Venn para identificar los eventos para un espacio muestral dado.

E.PR.7.19.2.1 Representa relaciones entre los eventos y determina las probabilidades para eventos y sus complementos.

E.PR.7.19.3 Describe y aplica la Regla de la Suma de probabilidades para





eventos que son mutuamente exclusivos y eventos que no.

14.0 MUESTREO ALEATORIO Y NO-ALEATORIO.

Analiza, resume y compara los resultados de muestras aleatorias y no aleatorias y del censo, usando resúmenes estadísticos y una variedad de representaciones gráficas para comunicar sus hallazgos.

E.AD.8.14.3 Distingue entre los métodos de muestreo aleatorio y no aleatorio.

E.AD.8.14.3.1 Compara los resultados de muestras aleatorias y no aleatorias simples de la misma población; discute cómo y por qué los resultados pueden diferir debido a fuentes potenciales de sesgos en las muestras.

9.0 ESPACIO DE MUESTRAS.

Determina el espacio muestral de un experimento y emplea la regla de conteo de multiplicación. (Propiedad Fundamental de Conteo).

E.PR.9.9.1 Utiliza listas, tablas y diagramas de árbol para representar todos los resultados posibles de un experimento.

E.PR.9.9.2 Emplea estrategias sistemáticas de conteo, como la

Propiedad Fundamental de Conteo, para determinar el número de resultados posibles.

E.PR.9.9.3 Distingue entre eventos compuestos dependientes e independientes y explica la idea de probabilidad condicional.

E.PR.9.9.4 Diseña y utiliza diagramas de árbol, tablas, modelos de área y otras representaciones para calcular la probabilidad de eventos compuestos cuando los sucesos son independientes y cuando no lo son.

E.PR.9.9.5 Describe y aplica la Propiedad Fundamental de Conteo para calcular probabilidades para eventos compuestos dependientes y para independientes.

10.0 SIMULACIONES. Desarrolla, usa e interpreta simulaciones para estimar probabilidades para eventos cuyos valores teóricos son difíciles o imposibles de calcular.

E.PR.9.10.1 Identifica los componentes y supuestos de un problema, selecciona el instrumento apropiado para generar resultados. Define y especifica el número





de intentos y conduce una simulación.

E.PR.9.10.2 Utiliza las gráficas apropiadas y los resúmenes numéricos para resumir los datos de una simulación.

E.PR.9.10.2.1 Desarrolla un estimado para la probabilidad de un evento asociado a una situación probabilística del mundo real, y discute el efecto de un número de intentos en la probabilidad estimada de un evento.

Materiales

1. Hojas de trabajo
2. Ruletas
3. Dados
4. Calculadora gráfica
5. Computadora
6. Proyector data-video
7. Papelotes
8. Marcadores
9. Transportador

Trasfondo

El azar, un concepto central en la probabilidad, fue estudiado alrededor del siglo IV A. C., cuando Aristóteles propuso algunas ideas al respecto:

- El azar no existe, este es consecuencia de nuestra ignorancia.
- El azar proviene de causas múltiples.
- El azar es divino y sobrenatural.

Tan sólo hasta la edad media, época de revoluciones en la humanidad se consolidó la teoría de la probabilidad. En el 1654, Blaise Pascal, matemático francés, hacía un viaje en compañía de un jugador profesional conocido como el caballero De Mere (Antonio Gombaud), quien era una persona apasionada por el juego de los dados y las cartas, siendo además un hombre ilustrado. Este caballero le planteó a Pascal el problema de cómo eran las probabilidades de apostar a favor o en contra de al menos un doble seis en 24 lanzamientos de dos dados. Posteriormente, Pascal se reunió con su amigo francés Pierre Fermat, abogado de profesión y gran amante de las matemáticas, y encontraron la solución al problema. A partir de ahí nace formalmente la teoría de la probabilidad.

La probabilidad en la vida diaria

¿Cuántas veces ha jugado con un amigo a lanzar una moneda y apostar algo





dependiendo si el resultado es cara o cruz?, ¿ha escuchado hablar de la probabilidad de lluvia en los noticieros?, estas situaciones y muchas más tienen una palabra en común: **Probabilidad**. Esta palabra, que se escucha diariamente de manera directa o disfrazada en expresiones como poco probable, es posible, muy probable o en cifras porcentuales como 85% de los encuestados, puede llegar a ser compleja de entender para los estudiantes y más a un, si analiza con detalle todos los conceptos que ésta implica.

Inicio: ¿Qué sabemos sobre probabilidad?

1. Se dividen los participantes en pareja.
2. Se plantean las siguiente preguntas, se le pide que las discutan en parejas y escriban en un papelote sus contestaciones :
 - a. ¿Qué piensa cuando escucha la palabra probabilidad?
 - b. ¿Dónde la ha escuchado?
 - c. ¿Es lo mismo probabilidad y posibilidad?
 - d. Cuando juega con una moneda a cara o cruz, ¿elige siempre cara?, ¿elige siempre cruz? o ¿le da igual elegir cara o cruz? ¿Por qué?
3. Luego de 20 minutos, cada pareja presentará sus resultados y pega el papelote en la pared. No se pasará juicio sobre el contenido de los resultados, esto se hará al final de la capacitación y se utilizará como una técnica de assessment.

Desarrollo:

Actividad 1:

1. El capacitador pregunta ¿qué significa aleatorio? y discute con el grupo. Llegan a una definición equivalente a la siguiente:
Un evento es aleatorio si es impredecible, incierto o no tiene ningún patrón.
2. El capacitador pregunta ¿qué es un experimento aleatorio? y discute con el grupo. Llegan a una definición equivalente a la siguiente:
Un experimento es aleatorio si no podemos determinar de antemano su resultado. Es decir, un experimento es aleatorio si produce resultados diferentes, realizado bajo las mismas condiciones.





- a. El capacitador le solicita a las parejas que definan tres ejemplos de experimentos aleatorios. Luego cada pareja presentará un ejemplo en grupo grande.
3. El capacitador reparte la **Hoja de Trabajo 1** y discuten las instrucciones con los participantes. En la misma se presentan diferentes experimentos aleatorios y le pide a los participantes que determinen todos los posibles resultados de los mismos.
4. En grupo grande se discute la **Hoja de Trabajo 1**. El capacitador define los conceptos Espacio Muestral, Evento y Evento Simple.
 - a. Espacio muestral - Cuando se realiza un experimento aleatorio, se dice que el espacio muestral, es el conjunto de todos los posibles resultados del mismo.
 - b. Evento – es un subconjunto del espacio muestral.
 - c. Evento simple – es un subconjunto del espacio muestral que consiste de exactamente de un elemento.
5. El capacitador retoma la **Hoja de Trabajo 1** y discute los ejemplos utilizando los conceptos Espacio muestral, Evento y Evento simple.
6. El capacitador reparte la **Hoja de Trabajo 2** y discuten las instrucciones con los participantes. En la misma se presentan diferentes experimentos aleatorios y le pide a los participantes que determinen el espacio muestral, que den ejemplos de eventos simples y eventos que no sean simples.
7. El capacitador define *experimento uniforme*.
 - a. *Un experimento es uniforme si todos los elementos de su espacio muestral tienen la misma oportunidad de ser seleccionados.*
 - b. El capacitador discute varios ejemplos.

Actividad 2:

1. El capacitador reparte la **Hoja de trabajo 3** y discute las instrucciones con los participantes.
 - a. Se lanza un dado y los participantes determinaran el espacio muestral.





- b. A partir del espacio muestral los participantes contestaran las siguientes preguntas:
1. ¿Cuántos elementos (posibilidades) tiene el espacio muestral?
 2. ¿Cuántas posibilidades hay de obtener un número par?
 3. ¿Cuántas posibilidades hay de obtener un número impar?
 4. ¿Cuántas posibilidades hay de obtener un 5?
 5. ¿Cuántas posibilidades hay de obtener un 7?
 6. ¿Cuántas posibilidades hay de obtener un número mayor o igual a uno?
 7. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?
 8. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar?
 9. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 5?
 10. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 7?
 11. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor o igual a uno?
2. Se discute en grupo grande la **Hoja de trabajo 3**.
3. El capacitador discute con los participantes el concepto de probabilidad teórica y llegan a una definición equivalente a la siguiente:
- a. Es la razón entre las posibles formas que puede ocurrir A sobre el número total de resultados del experimento o el tamaño del espacio muestral:
$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables de } A}{\text{Casos posibles del experimento}}$$
4. El capacitador discute con los participantes el concepto de probabilidad experimental y llegan a una definición equivalente a la siguiente:
- a. Es la frecuencia relativa con la cual ocurrió el evento A con respecto al total de repeticiones del experimento. Se denota por $\hat{P}(A)$. También se conoce probabilidad empírica. La fórmula de la probabilidad experimental $\hat{P}(A)$ es:
$$\hat{P}(A) \text{ es: } \hat{P}(A) = \frac{\text{Número de veces que ocurrió } A}{\text{Número de repeticiones del experimento}}$$

Actividad 3: Esta actividad será guiada por el capacitador

1. El capacitador utilizara el programa de la calculadora gráfica que lleva a cabo simulaciones para que cada participante calcule la probabilidad experimental de obtener un 5 si se lanza un dado quinientas veces.
2. El capacitador explica como utilizar el programa de simulaciones de probabilidad





que se encuentra en la calculadora gráfica.

3. Cada participante calcula la probabilidad experimental de obtener un 5 al lanzar el dado quinientas veces.
4. El capacitador discute los resultados y explica las diferencias encontradas.

Actividad 4:

1. Convención de Matemáticas
 - a. El maestro de Matemáticas tiene que elegir un estudiante del grupo para que represente a la escuela en la Convención de Matemáticas.
 - b. Sugérole al maestro un método justo para elegir al estudiante
 - c. Si el maestro coloca los nombres de todos los estudiantes en una canasta, la revuelve y saca un nombre. ¿fue justo el maestro con los estudiantes?
 - d. Discuta la respuesta con sus compañeros.

Actividad 5: ¿Cómo predecir posibilidades con una ruleta?

1. El capacitador reparte la **Hoja de trabajo 4** y discute las instrucciones con los participantes.
2. Luego que los participantes realizan las actividades de la hoja de trabajo se discute en grupo grande la **Hoja de trabajo 4**.

Actividades de cierre

1. Retomar los papelotes para reflexionar acerca de los aprendizajes en la capacitación como *assessment* final.
2. Administrar la pos prueba para luego discutirla con los maestros participantes.
3. Completar la hoja de reacción evaluativa de la capacitación.





Actividad Retadora

En la Guía del Estudiante hay una última actividad que puede utilizarse como actividad retadora que permite abundar más sobre el tema de probabilidad.

