

Introducción:

En esta actividad utilizarás modelos matemáticos para describir eventos que ocurren cotidianamente. Esta actividad está diseñada para que lleves a cabo y estudies un proceso real con el propósito de modelarlo matemáticamente. Estudiarás cómo fluye el agua a través de un orificio en una botella plástica que contiene agua. Recopilarás datos y los utilizarás para generar dos modelos matemáticos: uno lineal y otro cuadrático. Para estos efectos, utilizarás una calculadora gráfica con capacidad de realizar distintos tipos de regresión. Luego, analizarás ambos modelos y determinarás, según los resultados obtenidos, cuál de los dos representa mejor el evento bajo estudio. El criterio principal que utilizarás será las gráficas generadas por la calculadora.

Actividad:

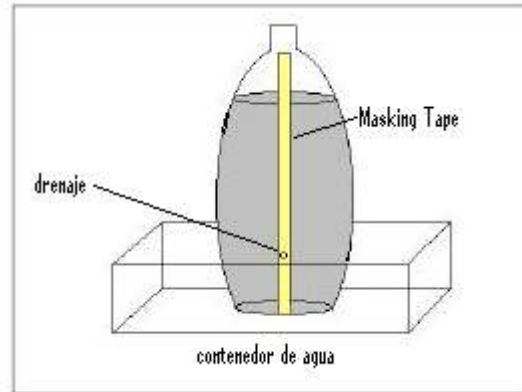
A. En tu grupo, asígnense los siguientes roles:

1. El controlador del flujo del agua en la botella plástica.
 - determinará cuándo fluye el agua y cuándo no.
2. El manejador del cronómetro.
 - le indicará al controlador del flujo del agua cuándo debe dejar que el agua fluya y cuándo debe impedirlo.
3. El que determine visualmente la altura del agua y la registre en la cinta adhesiva por medio de una marca legible de lápiz.

B.

Cada equipo colaborativo:

1. pegará un pedazo de cinta adhesiva desde la parte superior de la botella hasta la parte inferior, como se ilustra en la figura a la derecha.
2. perforará un orificio pequeño en la parte inferior de la botella, sobre la cinta adhesiva, como a 5cm de la parte inferior de la botella.
3. pegará un pedazo de cinta adhesiva para tapar el orificio.
4. colocará la botella sobre el contenedor de agua.
5. llenará la botella de agua, como se muestra en la figura.
6. marcará, con lápiz sobre la cinta adhesiva, el nivel del agua.



D. Contesta de forma individual las dos preguntas de la Hoja de Trabajo 1: Constante o Variable.

Cuando ustedes hayan terminado el maestro dirigirá una discusión grupal sobre sus respuestas a las preguntas en esa hoja de trabajo.

E. Trabaja de forma individual la Hoja de Trabajo 2: Gráfica.

El maestro recogerá las hojas de trabajo y seleccionará algunas para generar una discusión grupal.

F. Trabaja con tu grupo de trabajo la Hoja de Trabajo 3: Razones y Funciones

Cuando ustedes hayan terminado, el maestro dirigirá una discusión grupal sobre sus respuestas a las preguntas en esa hoja de trabajo.

G. Lleva a cabo el siguiente procedimiento con tu grupo de trabajo.

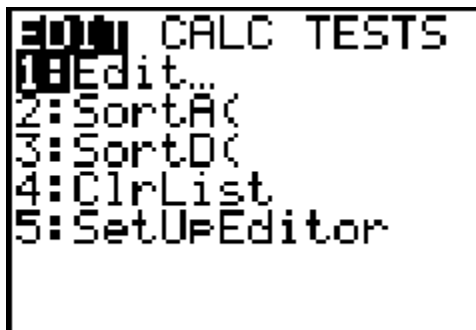
Un estudiante en cada grupo colaborativo equipo registrará el nivel del agua cada 5 segundos (10 segundos, 20 segundos u otro intervalo razonable de tiempo, dependiendo el tamaño del orificio de drenaje) marcando la altura del agua sobre la cinta adhesiva. Cuando se esté listo para comenzar, el controlador del flujo del agua despegará la cinta adhesiva del orificio; de resultar más conveniente, pudiera utilizar un dedo para detener el flujo del agua. El manejador del cronómetro del equipo se encargará de tomar el tiempo. Luego de cinco (5) segundos, o el intervalo de tiempo seleccionado, el manejador del cronómetro dará la señal de cuándo comienza y termina el intervalo de tiempo; un miembro del equipo marcará el nivel del agua sobre la cinta adhesiva. Se continuará con ese proceso hasta que el nivel del agua llegue a la marca cero (0), que es el nivel del orificio. Se removerá la cinta y se medirá cada altura del agua registrada en la cinta adhesiva durante cada intervalo de tiempo. De ser necesario, se extenderá la tabla siguiente:

| | | | | | | | | | | |
|----------------------|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Tiempo (seg) | 0 | | | | | | | | | |
| Altura del Agua (mm) | | | | | | | | | | |

El maestro dirigirá una discusión grupal sobre el concepto de modelos matemáticos. (Anejo C)

H. Usa los datos de la tabla anterior y la capacidad de listas de la calculadora gráfica para trazar una gráfica de los datos. Los pasos para hacer este proceso son los siguientes

1. Oprime la tecla STAT, observarás la siguiente pantalla:



2. Selecciona el primer submenú: EDIT, obtendrás lo siguiente:

| L1 | L2 | L3 | 1 |
|---------|-------|-------|---|
| ██████ | ----- | ----- | |
| L1(1) = | | | |

3. En una de las listas (puede ser L_1), escribe las medidas de los tiempos considerados. Recuerda oprimir ENTER cada vez que escribas un valor.
4. En otra de las listas (puede ser L_2), escribe las medidas de las alturas correspondientes los tiempos.
- Genera una regresión lineal de los datos registrados en las listas L_1 y L_2 . El proceso para hacerlo es el siguiente:
 - a. Oprime la tecla STAT, selecciona el segundo sub-menú CALC; verás la siguiente pantalla:

| | | |
|------|--------------|-------|
| EDIT | STAT | TESTS |
| 1 | 1-Var Stats | |
| 2 | 2-Var Stats | |
| 3 | Med-Med | |
| 4 | LinReg(ax+b) | |
| 5 | QuadReg | |
| 6 | CubicReg | |
| 7 | QuartReg | |

- b. Selecciona la opción 4: LinReg (ax + b) del menu.
- c. Trabaja con tu grupo de trabajo la Hoja de Trabajo 4: Modelo Lineal

Cuando ustedes hayan terminado, el maestro dirigirá una discusión grupal sobre sus respuestas a las preguntas en esa hoja de trabajo.

- d. Trabaja con tu grupo de trabajo la Hoja de Trabajo 5: Modelo Lineal, Restricciones

Cuando ustedes hayan terminado, el maestro dirigirá una discusión grupal sobre sus respuestas a las preguntas en esa hoja de trabajo.

5. Genera una regresión cuadrática de los datos registrados en las listas L_1 y L_2 . El proceso para hacerlo es similar a de la regresión lineal:
 - a. Oprime la tecla STAT y selecciona el segundo sub-menú: CALC, verás la siguiente pantalla:

```
EDIT  [2ND] [F5] TESTS
1:1-Var Stats
2:2-Var Stats
3:Med-Med
4:LinReg(ax+b)
5:QuadReg
6:CubicReg
7↓QuartReg
```

- b. Selecciona la opción 5: QuadReg del menu.
 - c. Trabaja con tu grupo de trabajo la Hoja de Trabajo 6: Modelo Cuadrático.

Cuando ustedes hayan terminado, el maestro dirigirá una discusión grupal sobre sus respuestas a las preguntas en esa hoja de trabajo.

- d. Trabaja la Trabajo 7: Modelo Cuadrático, Restricciones

Cuando ustedes hayan terminado el maestro dirigirá una discusión grupal sobre sus respuestas a las preguntas en esa hoja de trabajo.

- e. Trabaja la Hoja de Trabajo 8: Escogiendo el Modelo

Cuando ustedes hayan terminado el maestro dirigirá una discusión grupal sobre sus respuestas a las preguntas en esa hoja de trabajo.

I. Llena de forma individual la HOJA DE COTEJO PARA LA AUTOEVALUACIÓN

(ANEJO A)

- J. **Escribe con tu grupo de trabajo un párrafo** describiendo este experimento donde expresarán qué aprendieron sobre el modelaje matemático del evento que tu grupo colaborativo llevó a cabo.

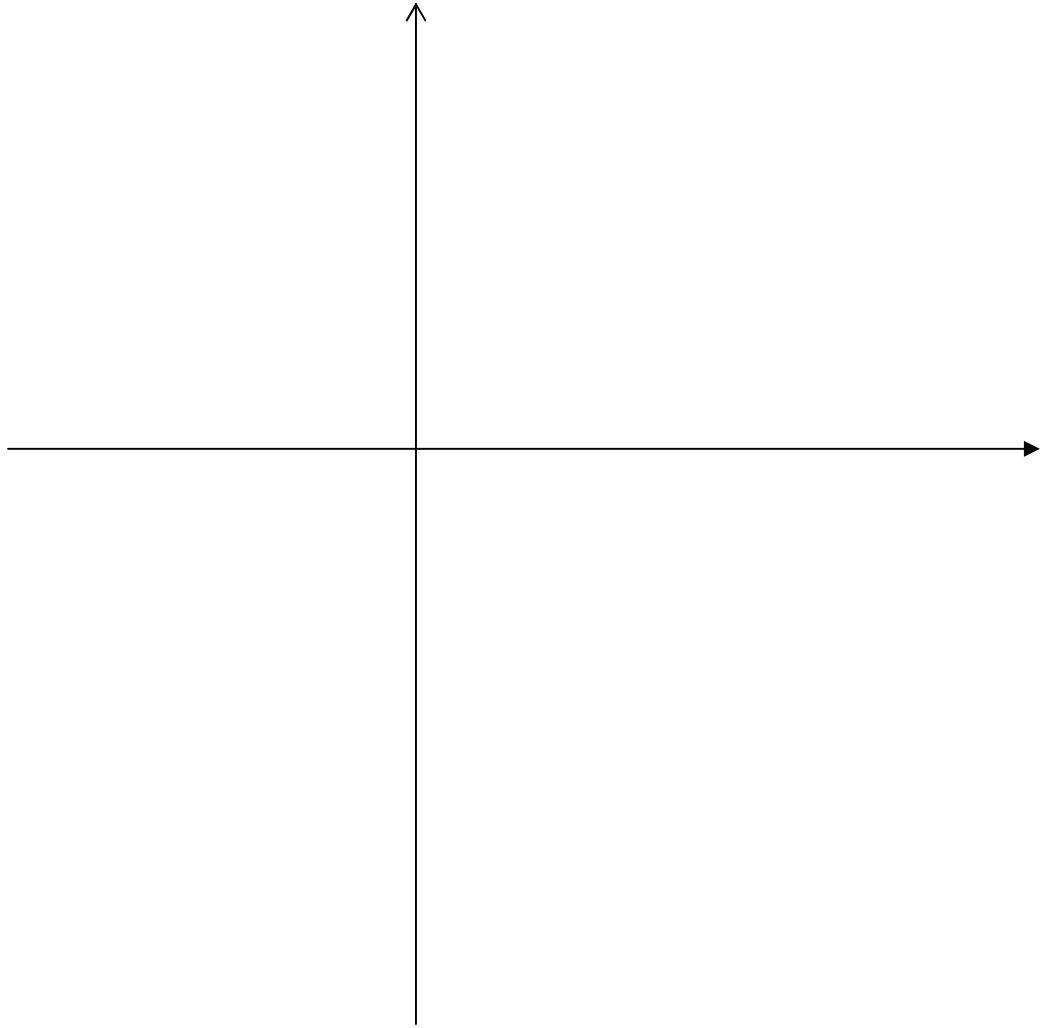
Hoja de Trabajo 1: Constante o Variable
(Trabajo Individual)

1. ¿Crees que el agua fluirá de forma constante a través del orificio? Explica por qué.

2. ¿Crees que el agua fluirá de forma variable a través del orificio? Explica por qué.

Hoja de Trabajo 2: Gráfica (Trabajo Individual)

Dibuja un esquema general de la gráfica de una posible relación entre la altura del agua y el tiempo, según éste transcurre. Identifica claramente el eje horizontal y el eje vertical. Escribe la unidad de medida correspondiente en cada uno de los ejes.



Hoja de Trabajo 3: Relaciones y Funciones (Trabajo Grupal)

¿Cuál es la variable independiente? ¿Cuál es unidad de medida que le corresponde?

¿Cuál es la variable dependiente? ¿Cuál es la unidad de medida que le corresponde?

¿Es función la relación que existe entre la variable dependiente y la independiente?
Explique.

Hoja de Trabajo 4: Modelo Lineal (Trabajo Grupal)

1. Escriba la ecuación del modelo lineal generado por la calculadora mediante la regresión lineal. La forma general es $y = ax + b$.
2. De acuerdo al experimento realizado:
 - a. ¿qué representa la y de esa ecuación?
 - b. ¿qué representa la x de esa ecuación?
 - c. ¿qué representa el intercepto en el eje horizontal?
 - d. ¿qué representa el intercepto en el eje vertical?
4. ¿Cuál es el dominio de este modelo?
5. ¿Cuál es el recorrido (rango, imagen) de este modelo?

Hoja de Trabajo 6: Modelo Lineal, Restricciones
(Trabajo Grupal)

¿Qué parte de la gráfica generada por la calculadora al graficar la ecuación (función) lineal no se debe considerar como parte de la gráfica del modelo lineal? Justifique su contestación.

Hoja de Trabajo 7: Modelo Cuadrático (Trabajo Grupal)

1. Escribe la ecuación del modelo cuadrático generado por la calculadora mediante la regresión cuadrática. La forma general es $y = ax^2 + bx + c$.

2. De acuerdo al experimento realizado:
 - a. ¿qué representa la y de esa ecuación?

 - b. ¿qué representa la x de esa ecuación?

Hoja de Trabajo 7: Modelo Cuadrático, Restricciones
(Trabajo Grupal)









¿Qué parte de la gráfica generada por la calculadora al graficar la ecuación (función) cuadrática no se debe considerar como parte de la gráfica del modelo cuadrático? Justifica tu contestación.

Hoja de Trabajo 8: Selección del Modelo (Trabajo Grupal)

Toma como base las tres gráficas generadas por la calculadora. En tu opinión, ¿cuál de los dos modelos generados representa mejor los datos recopilados? Justifica tu contestación.

ANEJO A

HOJA DE COTEJO PARA LA AUTOEVALUACIÓN

| CRITERIO | SI | NO | OBSERVACIONES |
|--|----|----|---------------|
| 1. Proceso de llevar a cabo el evento y recopilación de datos. | | | |
|  Participé en el proceso de llevar a cabo el evento. | | | |
|  Participé en la recopilación de datos. | | | |
| 2. Uso de la calculadora gráfica. | | | |
|  Entré correctamente los datos recopilados en la calculadora. | | | |
|  Llevé a cabo una regresión lineal con los datos recopilados. | | | |
|  Interpreté y construí correctamente una función lineal con los datos generados por la calculadora. | | | |
|  Tracé la gráfica de la función lineal determinada. | | | |
|  Interpreté y construí correctamente una función cuadrática datos generados por la calculadora. | | | |
|  Tracé la gráfica de la función cuadrática determinada. | | | |

| CRITERIO | SI | NO | OBSERVACIONES |
|--|----|----|---------------|
| 3. Modelo matemático | | | |
| ✿ Establecí un modelo matemático a partir de una función lineal. | | | |
| ✿ Establecí un modelo matemático con una función cuadrática. | | | |
| ✿ Determiné el dominio y el rango de cada modelo matemático. | | | |
| ✿ Justifiqué adecuadamente cuál de los modelos establecidos representa mejor el conjunto de datos recopilados. | | | |

ANEJO B
HOJA REFLEXIVA DEL APRENDIZAJE

| Yo conocía del tema.... | Hoy aprendí.... | Me gustaría aprender más sobre..... |
|-------------------------|-----------------|-------------------------------------|
| | | |

ANEJO C

MODELO MATEMÁTICO

Un **Modelo Matemático** es un esquema, una ecuación, un diagrama o una teoría que representa matemáticamente una situación de la realidad, como pueden ser fenómenos físicos, químicos, biológicos, económicos, etc.