



ALACiMa

Alianza para el Aprendizaje de Ciencias y Matemáticas
PR – Math and Science Partnership (PR-MSP)
Actividad Matemática – Nivel 7 al 9

Título: El Chorrito de Agua

Nivel: 7-9

Autor: Prof. Carlos A. Rivera Morales

Objetivo: Representar un evento real mediante dos modelos matemáticos; uno lineal y uno cuadrático, en ese orden.

Objetivos Específicos:

Durante la actividad, el estudiante:

1. llevará a cabo un evento real para recopilar un conjunto de datos.
2. generará una gráfica con la calculadora utilizando los datos recopilados.
3. generará ecuaciones o funciones por medio de regresiones (una lineal y la otra cuadrática) usando tecnología (calculadora gráfica) a partir de los datos recopilados.
4. determinará dos modelos matemáticos polinomiales de un evento real: uno lineal y otro cuadrático.
5. determinará restricciones de las funciones generadas por la calculadora para que correspondan a los modelos obtenidos de acuerdo a la situación que se estudia.
6. trazará gráficas con la calculadora correspondientes a los funciones obtenidas en las dos regresiones.
7. descubrirá que algunas funciones modelan un proceso mejor que otras, dependiendo la situación particular que se esté estudiando.
8. decidirá cuál de los modelos matemáticos determinados representa mejor el conjunto de datos recopilados.

Nota: Esta actividad es una adaptación de la actividad **Advance Algebra, Capítulo 5, Prentice Hall, @1998.**

Estándares:

Estándares de Contenido:

Se atienden los siguientes estándares de matemática:

Álgebra

El estudiante es capaz de:

- comprender patrones, relaciones y funciones.
- representar, analizar y resolver situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos.
- usar modelos matemáticos para representar y entender funciones cuantitativas.
- analizar cambios en contextos diferentes.

Geometría

El estudiante es capaz de:

- especificar la localización y describir relaciones espaciales usando geometría cartesiana u otros sistemas representativos.
- resolver problemas utilizando visualización, el razonamiento espacial y modelos geométricos.

Medición

El estudiante es capaz de:

- comprender los atributos medibles de objetos, unidades, sistemas y procesos de medición.
- aplicar técnicas, herramientas y fórmulas apropiadas para determinar medidas.

Análisis de Datos y Probabilidad

El estudiante es capaz de:

- formular preguntas a base de los datos y recoger, organizar y representar los datos relevantes para contestarlas.
- seleccionar y utilizar los métodos estadísticos apropiados para analizar datos.
- desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos.

Estándares de Procesos

Solución de Problemas

El estudiante es capaz de:

- construir nuevos conocimientos a través de la solución de problemas.
- resolver problemas que aparecen en matemáticas y en otros contextos.
- adaptar y aplicar estrategias adecuadas y variadas para resolver problemas.
- reflexionar y monitorear los procesos matemáticos en la solución de problemas.

Razonamiento y prueba

El estudiante es capaz de:

- reconocer el razonamiento y prueba como aspectos fundamentales de las matemáticas.
- investigar y realizar conjeturas matemáticas.

Comunicación

El estudiante es capaz de:

- organizar e integrar ideas, utilizando el lenguaje matemático.
- comunicar pensamientos matemáticos de una forma coherente y clara.
- analizar y evaluar pensamientos matemáticos y las estrategias utilizadas por otros.
- usar el lenguaje matemático para expresar ideas matemáticas precisas.

Conexiones

El estudiante es capaz de:

- reconocer y usar conexiones entre ideas matemáticas.
- comprender cómo las ideas matemáticas se interconectan y se interrelacionan para producir otras ideas coherentes.
- reconocer y aplicar las matemática en contextos fuera de la misma.

Representaciones

El estudiante es capaz de:

- crear y usar representaciones para organizar, documentar ideas matemáticas.
- seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas.
- usar representaciones para modelar e interpretar fenómenos físico-sociales matemáticos.

Tiempo Sugerido: Dos (2) horas.

Materiales:

- CalculadoraS gráfica TI-83/84
- Calculadora con interfaz para conectarse al View Screen
- View Screen – una unidad
- Botellas plásticas de refresco (Tipo Padrino)
- Cinta adhesiva de papel (Masking tape)
- Cintas métricas de tela
- Cronómetros
- Contenedores plásticos
- Baldes para agua
- Embudos plásticos
- Envases para echar agua en las botellas plásticas a través de los embudos
- Papel Toalla

Introducción:

Podemos utilizar modelos matemáticos para describir eventos que ocurren cotidianamente. En esta actividad está diseñada para que el estudiante lleve a cabo y estudie un proceso real con el propósito de modelarlo matemáticamente. Estudiará cómo fluye el agua a través de un orificio en una botella plástica que contiene agua. Recopilará datos y los utilizará para generar dos modelos: uno lineal y otro cuadrático. Para estos efectos, utilizará una calculadora gráfica con capacidad de realizar distintos tipos de regresiones. Luego, el estudiante analizará ambos modelos y determinará, según los resultados obtenidos, cuál de los dos representa mejor el evento bajo estudio. El criterio principal que utilizará será las gráficas generadas por la calculadora.

Durante el proceso el estudiante:

- descubrirá que existen diferentes formas para describir una situación cotidiana utilizando funciones matemáticas.
- descubrirá que algunas funciones modelan un proceso mejor que otras, dependiendo la situación particular que se esté estudiando.

- analizará las limitaciones que puede tener un modelo matemático cuando describe un evento real.

Preparación:

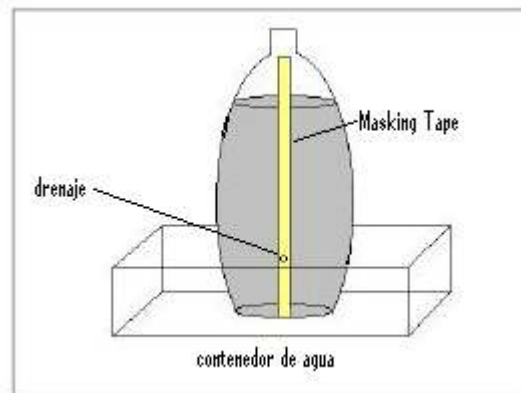
Inicio: Asignación de Roles y Preparación del Equipo:

El maestro formará equipos colaborativos, de tres estudiantes cada uno, con los siguientes roles:

1. el controlador del flujo del agua en la botella plástica.
 - Determinará cuándo fluye el agua y cuándo no.
2. el manejador del cronómetro.
 - Le indicará al controlador del flujo del agua cuándo debe dejar que el agua fluya y cuándo debe impedirlo.
3. el que determine visualmente la altura del agua y la registre en la cinta adhesiva por medio de una marca legible de lápiz.

Cada equipo colaborativo se encargará de:

1. pegar un pedazo de cinta adhesiva desde la parte superior de la botella hasta la parte inferior, como se ilustra en la figura a la derecha.
2. perforar un orificio pequeño en la parte inferior de la botella, sobre la cinta adhesiva, como a 5cm de la parte inferior de la botella.



3. pegar un pedazo de cinta adhesiva para tapar el orificio.
4. colocar la botella sobre el contenedor de agua.
5. llenar la botella de agua, como se muestra en la figura.

6. marcar, con lápiz sobre la cinta adhesiva, el nivel del agua.

Procedimiento:

Un estudiante en cada equipo registrará el nivel del agua cada 5 segundos (10 segundos, 20 segundos u otro intervalo razonable de tiempo, dependiendo el tamaño del orificio de drenaje) marcando la altura del agua sobre la cinta adhesiva. Cuando se esté listo para comenzar, el controlador del flujo del agua despegará la cinta adhesiva del orificio; de resultar más conveniente, pudiera utilizar uno de sus dedos para detener el flujo del agua. El manejador del cronómetro del equipo se encargará de tomar el tiempo. Luego de cinco (5) segundos, o el intervalo de tiempo seleccionado, el manejador del cronómetro dará la señal de cuándo comienza y termina el intervalo de tiempo; un miembro del equipo marcará el nivel del agua sobre la cinta adhesiva. Se continuará con ese proceso hasta que el nivel del agua llegue a la marca cero (0), que es el nivel del orificio. Se removerá la cinta y se medirá cada altura del agua registrada en la cinta adhesiva durante cada intervalo de tiempo. De ser necesario, se extenderá la tabla siguiente:

Tiempo (seg)	0									
Altura del Agua (mm)										

Desarrollo:

1. Se le proveerá a cada estudiante, en calidad de préstamo, una calculadora gráfica modelo TI-83/84.
2. Cada estudiante recibirá una copia de la Guía del Estudiante, la cual incluirá todas las preguntas, tablas y hojas de cotejo correspondientes.
3. El maestro:
 - a. generará una discusión grupal solicitando a los estudiantes que:

- predigan si el flujo del agua a través del orificio en la botella será uno constante o uno variable. De algunos contestar que el flujo del agua será variable, solicitarles que expliquen por qué es variable y cómo varía. (Hoja de Trabajo 1: Constante o Variable)
- dibujen un esquema de una gráfica relacionando la altura del agua según transcurre el tiempo. (Hoja de Trabajo 2: Gráfica) Luego que los estudiantes hayan terminado de contestar la Hoja de Trabajo 2, el maestro seleccionará algunas de las respuestas para llevar a cabo una discusión grupal.

b. preguntará:

- cuál variable es la independiente y cuál es la dependiente en esa relación y cuáles son las unidades de medida correspondientes a esas variables. (Hoja de Trabajo 3: Relaciones y Funciones)
- si la relación es función o no. Solicitará que justifiquen su respuesta. El maestro repasará el concepto función y se corregirá y discutirá cualquier concepción errónea. (Hoja de trabajo3: Relaciones y Funciones)

4. Análisis de Datos (Calculadora Gráfica)

- Cada grupo colaborativo llevará a cabo el evento o experimento según el procedimiento indicado. Los datos recopilados por los diferentes grupos pueden variar, pues esos datos dependen, entre otros, del tamaño del orificio en la botella y de la precisión en las medidas tomadas de tiempo y de altura del nivel del agua en la botella.

Notas:

- ✓ Cada grupo colaborativo verificará si hay uniformidad entre ellos en los resultados obtenidos cuando se utilice la calculadora gráfica. Se ayudarán entre sí, y de ser necesario, se solicitará ayuda del maestro.
- ✓ Se utilizará el mismo plano cartesiano para ubicar las tres gráficas que se trazarán.

a. Cada estudiante de cada equipo:

1. entrará en su calculadora los valores del tiempo en List1 y los niveles del agua en List2.

El maestro verificará que los estudiantes entren los datos de forma correcta en la calculadora. Ofrecerá ayuda, de ser necesario.

2. usando estas dos listas, utilizará la capacidad Stat Plot de la calculadora para generar una gráfica con los datos recopilados.

El maestro verificará que cada estudiante utilice una ventana apropiada para generar la gráfica. Ofrecerá ayuda, de ser necesario.

3. realizará una regresión lineal con la calculadora y copiará la ecuación o función lineal del modelo.

El maestro:

- verificará que cada estudiante interprete adecuadamente los datos que genere la calculadora y que escriba la función lineal correctamente, siguiendo la forma general $y = ax + b$. (Hoja de trabajo 4: Modelo Lineal)
- conducirá una discusión entre los estudiantes para que interpreten los interceptos en los ejes de coordenadas a la luz del evento estudiado. (Hoja de Trabajo 4: Modelo Lineal)
- solicitará a los estudiantes que generen un modelo lineal a partir de la función lineal obtenida. Solicitará a los estudiantes que especifiquen tanto

el dominio como el rango correspondiente a ese modelo. (Hoja de Trabajo 4: Modelo Lineal)

4. graficará la función lineal utilizando la capacidad Graph de la calculadora.

El maestro preguntará qué parte de la gráfica no se debe considerar como parte de la gráfica del modelo lineal. (Hoja de Trabajo 6: Modelo Lineal, Restricciones)

5. realizará una regresión cuadrática y copiará la ecuación o función cuadrática del modelo.

El maestro:

- verificará que cada estudiante interprete adecuadamente los datos que genere la calculadora y que escriba la función cuadrática correctamente, siguiendo la forma general $y = ax^2 + bx + c$. Además, solicitará que interpreten las variables x & y . (Hoja de Trabajo 6: Modelo Cuadrático)
- solicitará a los estudiantes que generen un modelo cuadrático a partir de la función cuadrática obtenida. Solicitará a los estudiantes que especifiquen tanto el dominio como el rango correspondiente a ese modelo. (Hoja de trabajo 6: Modelo Cuadrático)

6. graficará la función cuadrática utilizando la capacidad Graph de la calculadora.

El maestro preguntará qué parte de la gráfica no se debe considerar como parte de la gráfica del modelo cuadrático. (Hoja de Trabajo 7: Modelo Cuadrático, Restricciones)

- 7. comparará la gráfica de la función lineal y la de la función cuadrática con la gráfica de los datos recopilados y determinará el modelo que mejor representa los datos recopilados.

El maestro solicitará a los estudiantes que justifiquen su selección. (Hoja de Trabajo 8: Selección del Modelo)

Cierre

Solicite a cada grupo de trabajo que escriban un párrafo describiendo este experimento, expresando qué aprendieron sobre el modelaje de fenómenos del mundo real.

Assessment:

1. Durante toda la actividad el maestro estará observando la ejecución de los estudiantes para atender las dudas y verificar el entendimiento de los estudiantes.
2. El estudiante:
 - autoevaluará su ejecución mediante una hoja de cotejo. (Anejo A)
 - trabajará ejercicios durante el desarrollo de la actividad, cuyas respuestas se discutirán con el resto de los estudiantes del grupo. (Ocho (8) Hojas de Trabajos)
 - escribirá un párrafo describiendo el experimento e indicando qué aprendieron sobre el modelaje de fenómenos del mundo real. (Actividad de Cierre)
3. Se utilizará una Hoja Reflexiva del Aprendizaje para determinar el conocimiento previo, adquirido y las inquietudes de los estudiantes. (Anejo B).

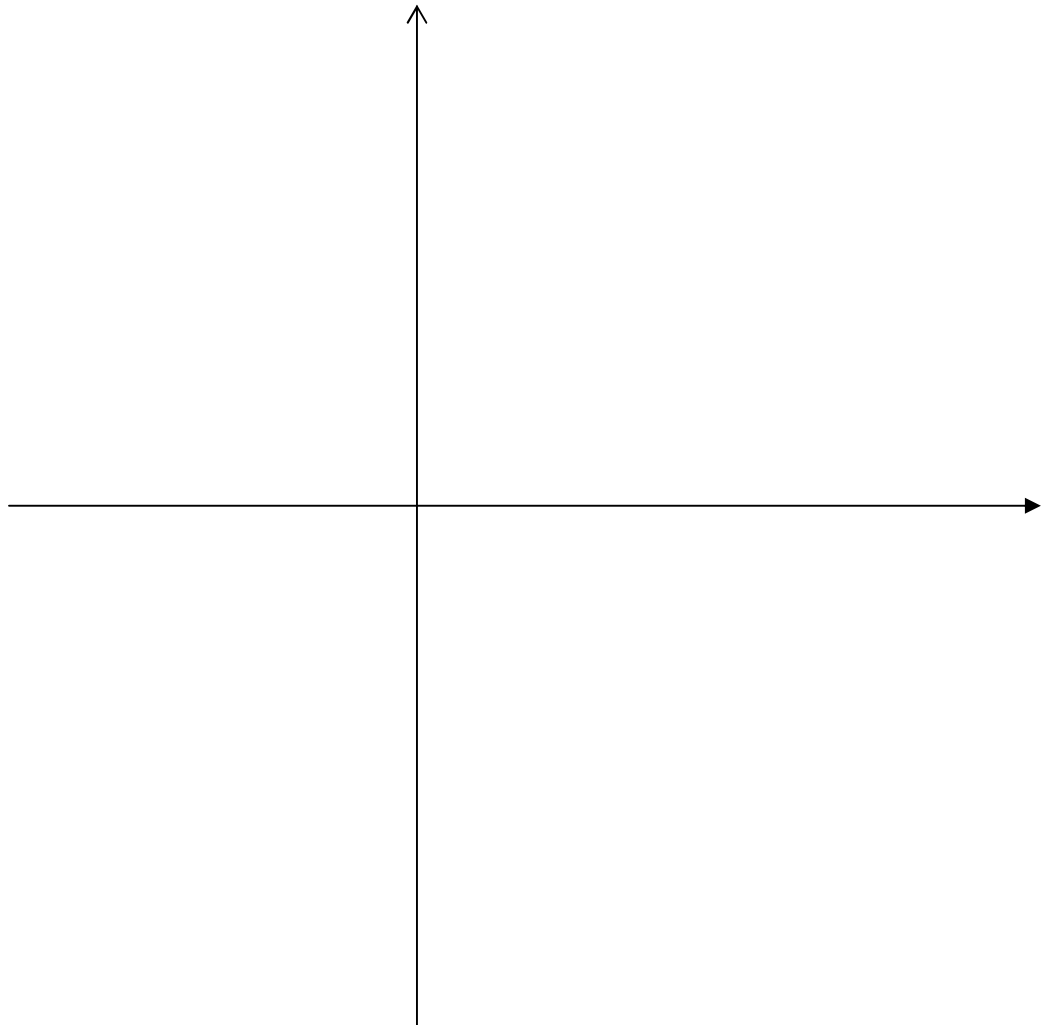
Hoja de Trabajo 1: Constante o Variable
(Trabajo Individual)

1. ¿Crees que el agua fluirá de forma constante a través del orificio? Indica Sí o No y explica por qué.

2. ¿Crees que el agua fluirá de forma variable a través del orificio? Indica Sí o No y explica por qué.

Hoja de Trabajo 2: Gráfica
(Trabajo Individual)

Dibuja un esquema general de la gráfica de una posible relación entre la altura del agua y el tiempo, según éste transcurre. Identifica claramente el eje horizontal y el eje vertical. Escribe la unidad de medida correspondiente en cada uno de los ejes.



Hoja de Trabajo 3: Relaciones y Funciones (Trabajo Grupal)

¿Cuál es la variable independiente? ¿Cuál es unidad de medida que le corresponde?

¿Cuál es la variable dependiente? ¿Cuál es la unidad de medida que le corresponde?

Escribe una definición de lo que entiendes es una función. Basándote en tu definición de función, contesta y explica la siguiente pregunta: ¿Es función la relación que existe entre la variable dependiente y la independiente?

Hoja de Trabajo 4: Modelo Lineal (Trabajo Grupal)

1. Escribe la ecuación del modelo lineal generado por la calculadora luego de haber realizado la regresión lineal. La forma general es $y = ax + b$.
2. De acuerdo al experimento realizado:
 - a. ¿qué representa la y de esa ecuación?
 - b. ¿qué representa la x de esa ecuación?
 - c. ¿qué representa el intercepto en el eje horizontal?
 - d. ¿qué representa el intercepto en el eje vertical?
4. ¿Cuál es el dominio de este modelo?
5. ¿Cuál es el recorrido (rango, imagen) de este modelo?

Hoja de Trabajo 6: Modelo Lineal, Restricciones
(Trabajo Grupal)

¿Qué parte de la gráfica generada por la calculadora al graficar la ecuación (función) lineal no se debe considerar como parte de la gráfica del modelo lineal? Justifica tu contestación.

Hoja de Trabajo 6: Modelo Cuadrático (Trabajo Grupal)

1. Escriba la ecuación del modelo cuadrático generado por la calculadora mediante la regresión cuadrática. La forma general es $y = ax^2 + bx + c$.

2. De acuerdo al experimento realizado:
 - a. ¿qué representa la y de esa ecuación?

 - b. ¿qué representa la x de esa ecuación?

 - c. ¿qué representa la c de esa ecuación?

 - d. ¿con qué relacionas la a de esa ecuación?

 - e. ¿con qué relacionas la b de esa ecuación?

- 6.Cuál es el dominio de este modelo?

7. ¿Cuál es el recorrido (rango, imagen) de este modelo?

Hoja de Trabajo 7: Modelo Cuadrático, Restricciones
(Trabajo Grupal)

¿Qué parte de la gráfica generada por la calculadora al graficar la ecuación (función) cuadrática no se debe considerar como parte de la gráfica del modelo lineal? Justifica tu contestación.









Hoja de Trabajo 8: Selección del Modelo





(Trabajo Grupal)

Toma como base la gráfica de los datos recopilados y las gráficas correspondientes de los modelos lineal y cuadrático. En tu opinión, ¿cuál de los dos modelos estudiados representa mejor los datos recopilados? Justifica tu contestación.

ANEJO A

HOJA DE COTEJO PARA LA AUTOEVALUACIÓN

CRITERIO	SI	NO	OBSERVACIONES
1. Proceso de llevar a cabo el evento y recopilación de datos.			
 Participé en el proceso de llevar a cabo el evento.			
 Participé en la recopilación de datos.			
2. Uso de la calculadora gráfica.			
 Entré correctamente los datos recopilados en la calculadora.			
 Llevé a cabo una regresión lineal con los datos recopilados.			
 Interpreté y construí correctamente una función lineal con los datos generados por la calculadora.			
 Tracé la gráfica de la función lineal determinada.			
 Interpreté y construí correctamente una función cuadrática datos generados por la calculadora.			
 Tracé la gráfica de la función cuadrática determinada.			

CRITERIO	SI	NO	OBSERVACIONES
3. Modelo matemático			
 Establecí un modelo matemático a partir de una función lineal.			
 Establecí un modelo matemático con una función cuadrática.			
 Determiné el dominio y el rango de cada modelo matemático.			
 Justifiqué adecuadamente cuál de los modelos establecidos representa mejor el conjunto de datos recopilados.			

ANEJO B
HOJA REFLEXIVA DEL APRENDIZAJE

Yo conocía del tema....	Hoy aprendí....	Me gustaría aprender más sobre.....

ANEJO C

MODELO MATEMÁTICO

Un **Modelo Matemático** es un esquema, una ecuación, un diagrama o una teoría que representa matemáticamente una situación de la realidad, como pueden ser fenómenos físicos, químicos, biológicos, económicos, etc.