



ALACiMa

Alianza para el Aprendizaje de Ciencias y Matemáticas
PR – Math and Science Partnership (PR-MSP)
Actividad Matemática – Nivel 7 al 9

Título: La gacela y el chita

Autores: Prof. Jaime W. Abreu Ramos
Prof. Wanda Villafañe Cepeda

Nivel: 7-9

Objetivo: Utilizar ecuaciones lineales para modelar problemas en un contexto real.

Objetivos específicos:

Durante la actividad, los estudiantes:

- Identificarán las variables asignadas al eje horizontal y al eje vertical en un plano de coordenadas rectangulares.
- Utilizarán la calculadora gráfica para encontrar el conjunto solución de una ecuación.
- Utilizarán la calculadora gráfica para interpretar los valores representados en la función de tablas.
- Construirán contraejemplos para demostrar que una aseveración es falsa.
- Resolverán ejercicios de aplicación en el cual incorporarán el razonamiento inductivo.

Estándares atendidos:

De contenido:

Álgebra

- Representa y analiza variedad de patrones con tablas, gráficas (planas o al relieve), palabras y símbolos algebraicas.

Geometría

- Interpreta relaciones en un plano cartesiano.

- Utiliza criterios deductivos e inductivos para encontrar el conjunto solución de una ecuación

De proceso:

Razonamiento y prueba

- Examina patrones y estructuras para identificar regularidades.
- Formula relaciones y conjeturas de forma alterna sobre relaciones observadas en investigaciones matemáticas.
- Evalúa conjeturas, seleccionando diferentes tipos de argumentos de razonamiento y los demuestra.

Comunicación

- Organiza, presenta y explica sus procedimientos, usando argumentos matemáticos en forma oral y escrita.
- Expresa sus ideas claras, precisas y coherentes a sus compañeros de clase de manera oral y escrita.
- Justifica conjeturas, utilizando argumentos claros y precisos.

Tiempo sugerido: 2 periodos de clase (aproximadamente)

Materiales y equipo:

- Guía del estudiante para cada alumno.
- Calculadora gráfica TI – 83 Plus Silver Edition o TI – 84 Plus Silver Edition para cada estudiante
- Proyector vertical o proyector digital (si se usa el TI – presenter)
- TI-View Screen(Esta herramienta está en sustitución del TI-presenter)

Preparación:

Puede colocar a los estudiantes en parejas para trabajar los ejercicios incluidos en la actividad. Lo importante es que se fomente el hecho de que puedan explicar (justificar) su razonamiento.

Introducción:

En esta actividad se pretende que los estudiantes pasen por el proceso de usar el razonamiento inductivo para encontrar el conjunto solución de una ecuación. Durante la actividad el estudiante utilizará la calculadora gráfica para representar la situación del problema. Además, utilizará la calculadora para analizar, explorar y resolver el problema.

En la parte de **assessment**, se les solicita a los estudiantes que escriban una carta a un compañero enfermo, el cual estuvo ausente a clases. En ésta, le explicarán lo discutido en la clase de hoy, de esta forma se integra el estándar de proceso de comunicación.

Procedimiento

Inicio

Ejercicio 1:

Presente a los estudiantes la siguiente situación:

Una gacela puede correr a 73 pies por segundo por varios minutos. El depredador principal de la gacela lo es el chita. El chita puede correr mucho más rápido que la gacela. Las observaciones realizadas indican que, el chita puede correr a 88 pies por segundo, pero solamente puede mantener esta velocidad máxima durante 20 segundos. Pasados los 20 segundos el chita se fatiga y debe interrumpir la persecución. La gacela debe estar siempre pendiente a los chitas. ¿Cuán lejos de un chita debe estar una gacela para estar a salvo?

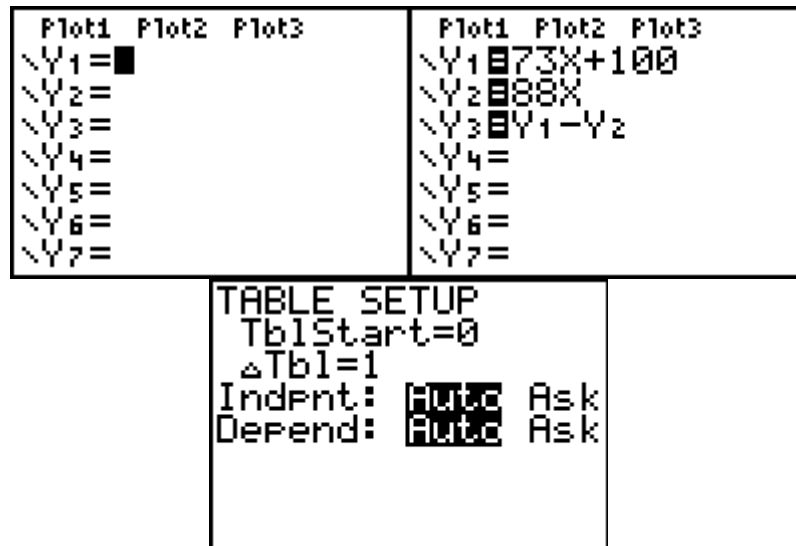


Figura



Nota: En la vida real la persecución entre el depredador y la presa no ocurren en forma simultánea, no obstante, para efecto de esta actividad asumiremos que los dos animales comienzan a correr a la misma vez.

1. Deseamos utilizar la calculadora gráfica TI-84 plus silver edition para encontrar la distancia “segura” a la cual la gacela debe mantenerse del chita para no ser atrapada. Sea d la distancia segura, considera las expresiones que se ofrecen: $y_1 = 73x + d$ y $y_2 = 88x$.
2. Preguntas sugeridas en esta parte del problema:
 - a. ¿Qué atributo físico del problema está representado en la variable d ?
 - b. ¿Qué atributo físico del problema está representado en la variable x ?
 - c. ¿Qué atributo físico del problema está representado en la variable y ?
3. Contestaciones a las preguntas sugeridas:
 - a. El atributo físico representado por la variable d es la distancia, en pies.
 - b. El atributo físico representado por la variable x es el tiempo, en segundos.
 - c. La variable y representa la distancia que recorre el animal. Por ejemplo, si $x = 3$ el chita que está representado por y_2 recorre la siguiente distancia $y_2 = 88(3) = 264$; esto es 264 pies.
4. La calculadora gráfica puede ayudarnos a resolver este problema. A continuación se muestran las pantallas sugeridas para representar el problema en la calculadora. Primero, escogemos un valor para d , esto es, fijamos una distancia que entendamos pueda ser segura para la gacela. Sea $d = 100$.



X	Y1	Y2	X	Y2	Y3
0	100	0	0	0	100
1	173	88	1	88	85
2	246	176	2	176	70
3	319	264	3	264	55
4	392	352	4	352	40
5	465	440	5	440	25
6	538	528	6	528	10
X=0			Y3=100		

5. Preguntas sugeridas en esta parte del problema:

- ¿Qué unidad de medida representa $d=100$, de acuerdo a las condiciones iniciales del problema? (Ej. Metros, pies, millas o kilómetros)
- En la segunda pantalla de la calculadora gráfica, se muestra la expresión $Y3 - Y1 - Y2$. ¿Qué representa este enunciado de acuerdo a los parámetros del problema?
- Cuando $x=0$ las columnas $Y1$ y $Y3$ tienen el mismo valor. ¿Qué explicación de acuerdo a las condiciones del problema puedes ofrecer para justificar esta situación?
- ¿Consideras la distancia inicial seleccionada apropiada para que la gacela esté segura? ¿Por qué?
- Si $d=100$ ¿Es capturada la gacela o logra escapar? ¿Qué datos de las tablas ayudan a sustentar esta idea?
- Si es capturada la gacela cuando $d=100$, ¿Cuánto estimas sea el tiempo aproximado que le toma al chita atraparla?

6. Contestaciones a las preguntas sugeridas:

- La unidad de medidas es pies, ya que el problema indica que una gacela puede correr a 73 pies por segundo.
- Representa la diferencia entre la columnas $Y1$ y $Y3$. De acuerdo a las condiciones del problema representa la distancia que separa la gacela del chita.
- Cuando $x=0$, estas efectuando la siguiente operación

$$y_3 = y_1 - y_2 = 100 - 0 = 100.$$

- No, la distancia es muy corta.
- La gacela es capturada. Estos son los datos que justifican este argumento

6	528	100
7	616	-5

- La captura de la gacela ocurre aproximadamente en un poco más de 6 segundos.

A continuación analizaremos el problema, esta vez cuando $d = 600$.

7. La calculadora gráfica puede ayudarnos nuevamente en esta situación. A continuación se muestran las pantallas sugeridas para representar el problema en la calculadora.

Plot1 Plot2 Plot3 \Y1 $73X+600$ \Y2 $88X$ \Y3 $Y1-Y2$ \Y4 = \Y5 = \Y6 = \Y7 =	TABLE SETUP TblStart=0 Δ Tbl=1 Indent: Auto Ask Depend: Auto Ask
--	---

X	Y1	Y2
0	600	0
1	673	88
2	746	176
3	819	264
4	892	352
5	965	440
6	1038	528

X=0

X	Y1	Y2
6	1038	528
7	1111	616
8	1184	704
9	1257	792
10	1330	880
11	1403	968
12	1476	1056

X=12

X	Y1	Y2
12	1476	1056
13	1549	1144
14	1622	1232
15	1695	1320
16	1768	1408
17	1841	1496
18	1914	1584

X=18

X	Y2	Y3
24	2992	90
25	3080	75
26	3168	60
27	3256	45
28	3344	30
29	3432	15
30	3520	0

Y3=0

8. Preguntas sugeridas para esta parte de la actividad:

- a. ¿Consideras la distancia inicial seleccionada apropiada para que la gacela esté segura? ¿Por qué?
- b. ¿Cuándo $d = 600$ es capturada la gacela o logra escapar? ¿Qué datos de las tablas ayudan a sustentar es aspecto?
- c. ¿Qué aspectos biológicos representan una restricción para que la gacela pueda ser atrapada por el chita cuando la persecución comienza a una distancia de 600 pies?
- d. Si la persecución comienza capturada la gacela cuando $d = 600$, estima el tiempo aproximado que le toma al chita atraparla.

9. Contestaciones a las preguntas sugeridas:

- a. Si. El chita no la puede capturar.
- b. La gacela logra escapar. Si analizamos la gráfica

X	Y ₂	Y ₃
39	3432	15
40	3520	0
41	3608	-15

podemos apreciar que esto ocurre cuando transcurren aproximadamente 40 segundos.

- c. El chita no puede mantener su velocidad por esta cantidad de tiempo. Las observaciones realizadas indican que el chita puede correr a 88 pies por segundo, pero solamente puede mantener esta velocidad máxima durante 20 segundos. Pasados los 20 segundos el animal se fatiga y debe interrumpir la persecución.
- d. Aunque es poco probable que la persecución dure este tiempo, la interpretación de la tabla sugiere que la captura ocurrirá en unos 40 segundos.

10. Utiliza la calculadora gráfica para encontrar un valor para la variable d que represente la distancia “segura” para la gacela.

11. Preguntas sugeridas en esta parte del problema:

- a. ¿Qué estrategias consideras apropiada para encontrar la distancia “segura” a la cual se tiene que mantener la gacela para estar a salvo?
- b. ¿Qué ecuación ofrece la solución al problema y como quedaría su gráfica?

12. Contestaciones a las preguntas sugeridas:

- a. Existen varias estrategias

- i. Una de ellas puede utilizado el tanteo, las pantallas que se muestran a continuación ilustran un valor apropiado para la variable que representa la distancia.

Plot1 Plot2 Plot3 \Y1=73X+300 \Y2=88X \Y3=Y1-Y2 \Y4= \Y5= \Y6= \Y7=	TABLE SETUP TblStart=0 Δ Tbl=1 Indent: Auto Ask Depend: Auto Ask
--	---

X	Y1	Y2
0	300	0
1	373	88
2	446	176
3	519	264
4	592	352
5	665	440
6	738	528

X=0

X	Y1	Y2	X	Y1	Y2
7	811	616	14	1322	1232
8	884	704	15	1395	1320
9	957	792	16	1468	1408
10	1030	880	17	1541	1496
11	1103	968	18	1614	1584
12	1176	1056	19	1687	1672
13	1249	1144	20	1760	1760

X=7 X=20

X	Y2	Y3
14	1232	90
15	1320	75
16	1408	60
17	1496	45
18	1584	30
19	1672	15
20	1760	0

Y3=0

- ii. Otra estrategia apropiada puede ser resolver una ecuación, como el tiempo máximo que resiste el chita es de 20 segundos podemos formar la siguiente ecuación:

Distancia de la gacela $\rightarrow (73)(20)$

Distancia inicial de la gacela al chita $\rightarrow d$

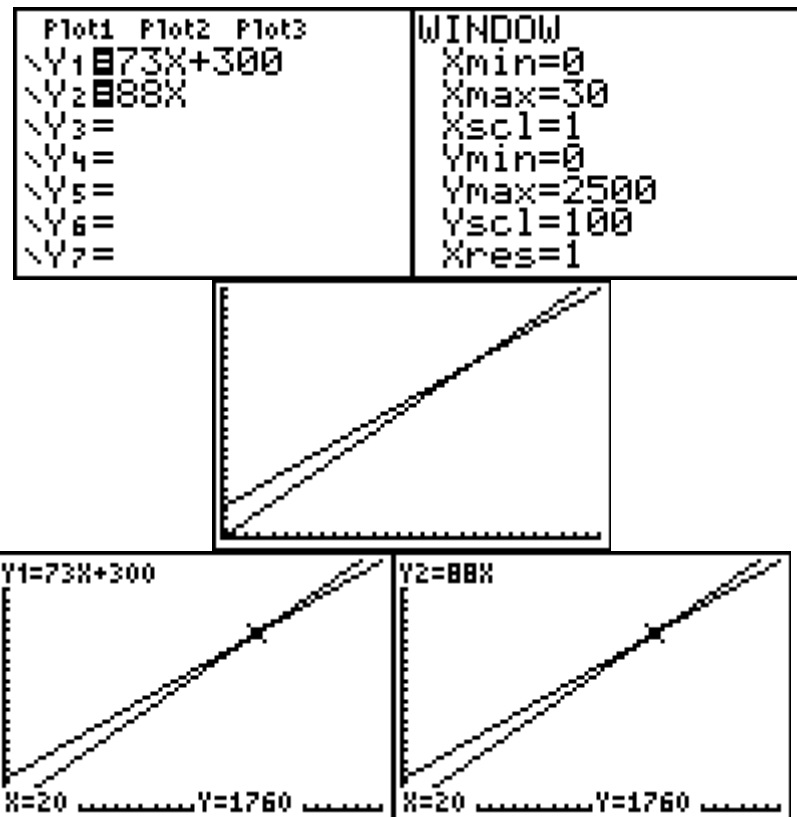
Distancia del chita $\rightarrow (88)(20)$

Ecuación $\rightarrow (73)(20) + d = (88)(20)$

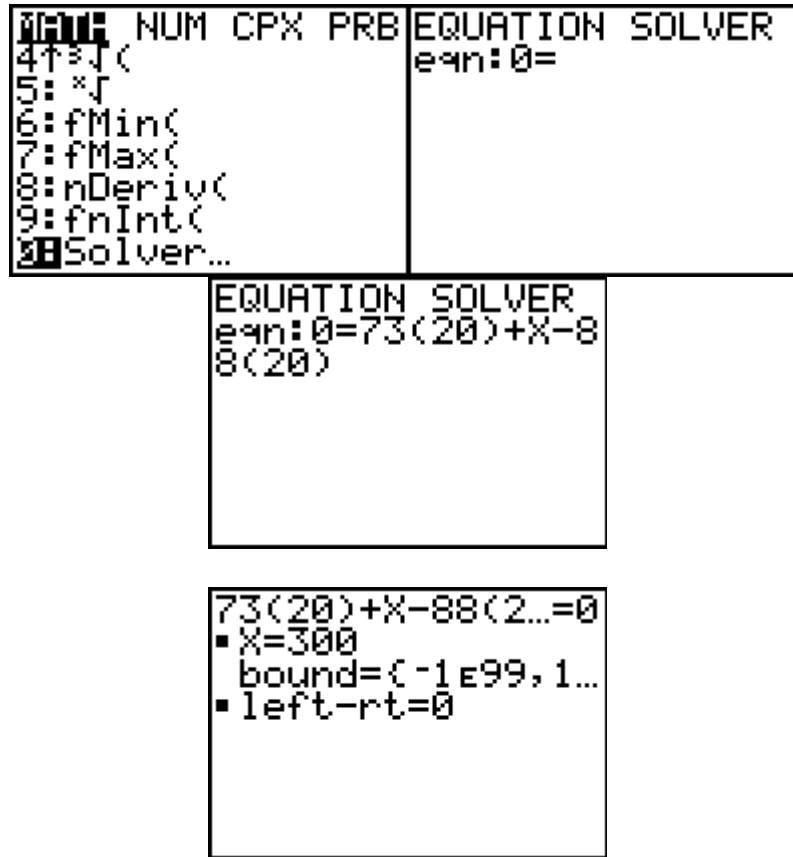
$$d = 300$$

- b. La ecuación sería $(73)(20) + d = (88)(20)$

Las pantallas de la calculadora que ilustrarían esta situación son:



El "equation solver" de la calculadora también provee una herramienta para encontrar el conjunto solución, como se muestra a continuación:



Referencias

- Departamento de Educación de Puerto Rico (2000). *Programa de Matemáticas: Estándares*. San Juan, PR: Autor.
- Rubenstein, R. N., Craine, T. V., y Butts, T. R. (2002). *Matemática integrada I*. Evanston, ILL: McDougal Littell.
- Rubenstein, R. N., Craine, T. V., y Butts, T. R. (2002). *Matemática integrada II*. Evanston, ILL: McDougal Littell.