



Conoce tu Genealogía

Guía del Maestro

Nivel 10-12

Actividad de Matemáticas

Propósito:

Los estudiantes se encontrarán con patrones de cambio exponencial frecuentemente durante su formación escolar. Esta actividad ha sido diseñada para introducir y brindar al estudiante una base intuitiva sobre la cual luego construir. El propósito primordial es que los estudiantes aprendan a reconocer situaciones, patrones y gráficas que pueden ser modeladas de forma eficiente por expresiones exponenciales y también que puedan utilizar tablas, gráficas y ecuaciones para contestar preguntas acerca de patrones exponenciales.

Estándares:

Aplicar las propiedades de los exponentes. Trazar las gráficas de las funciones exponenciales. Resolver ecuaciones exponenciales.

Tiempo:

Entre uno y dos periodos de clase.

Materiales:

papel y lápiz.

Preparación:

Toda la información forma parte de la discusión de la actividad.

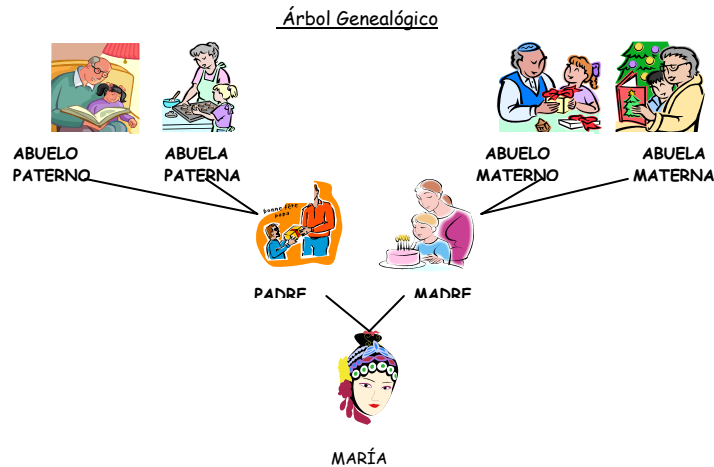
Trasfondo:

En trabajos previos los estudiantes han explorado relaciones entre variables y han encontrado patrones que les ha permitido expresar las relaciones simbólicamente. Han utilizado gráficas, tablas, y ecuaciones para representar estas situaciones. En esta actividad, donde explorarán cuántos ancestros tienen, se encontrarán y explorarán un patrón de crecimiento exponencial.



Procedimiento:

I. María tiene interés en conocer el origen de su linaje, y decide generar su árbol genealógico. Al terminar de construirlo (uno parecido al que se muestra a continuación), se da cuenta que su familia por la rama paterna y su familia por la rama materna no tienen ascendencia común.



María decide generar una tabla para ver la cantidad de ancestros que tiene y construye una parecida a la que se muestra a continuación. Completa la información que María desea conocer:

Generaciones Ancestrales	1	2	3	4	5
Cantidad de Ancestros	2	4	8	16	32

1. ¿Existe algún patrón entre las generaciones ancestrales de María y la cantidad de ancestros que tiene? Justifica en un párrafo tu contestación:

Parecen ser potencias sucesivas de 2.

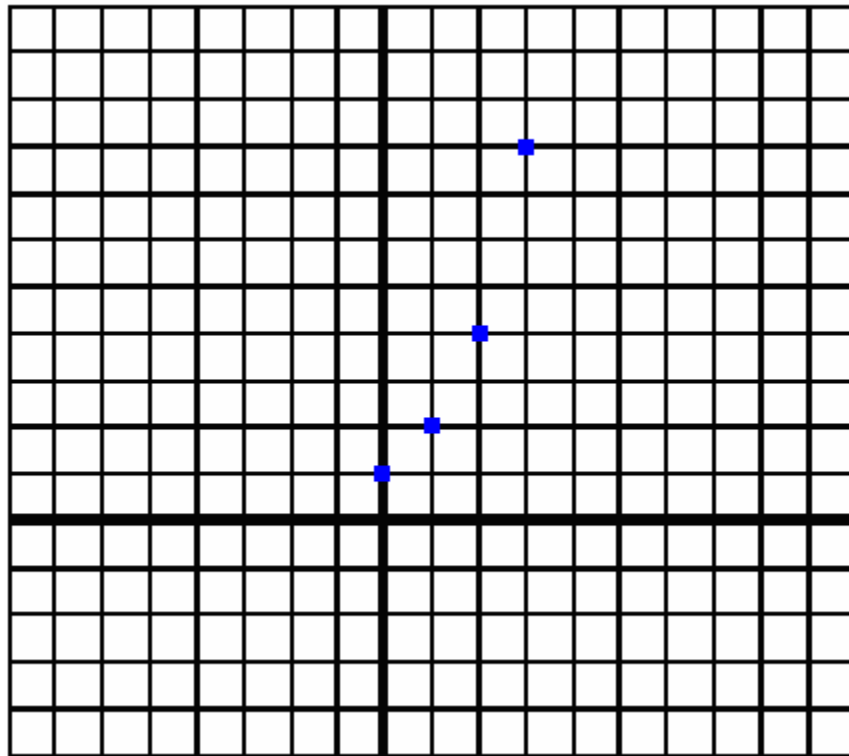
2. ¿Cuántos ancestros tendrá María en su octava generación ancestral? ¿Cuántos ancestros tiene María en su generación? En su octava generación ancestral María tiene $2^8=256$ ancestros. En su generación María no tiene ancestros, solo ella $2^0=1$.



3. Basado en tu respuesta anterior, propón una ecuación que justifique tu explicación.

Posiblemente propongan $A(n)=2^n$.

4. Grafica los puntos que generaste en la tabla anterior.



- a. ¿Existe alguna relación matemática que explique los valores obtenidos en tu tabla y los presentados en la gráfica? ¿Cuál?

Esperamos que los estudiantes puedan identificar una relación exponencial entre los valores que han obtenido.

5. ¿Se puede expresar como función la relación que estableciste en la parte a de la pregunta 4? ¿Cómo?

Posiblemente propongan $A(x)=2^x$.

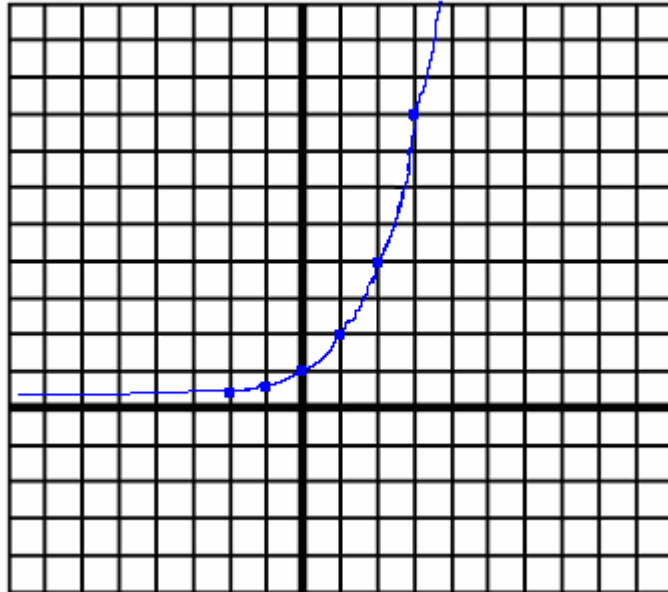
6. ¿Que puedes decir acerca de la relación que encontraste?

Es una relación exponencial.



7. Dibuja la gráfica de la relación que estableciste.

x	f(x)
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
.	.
.	.
.	.



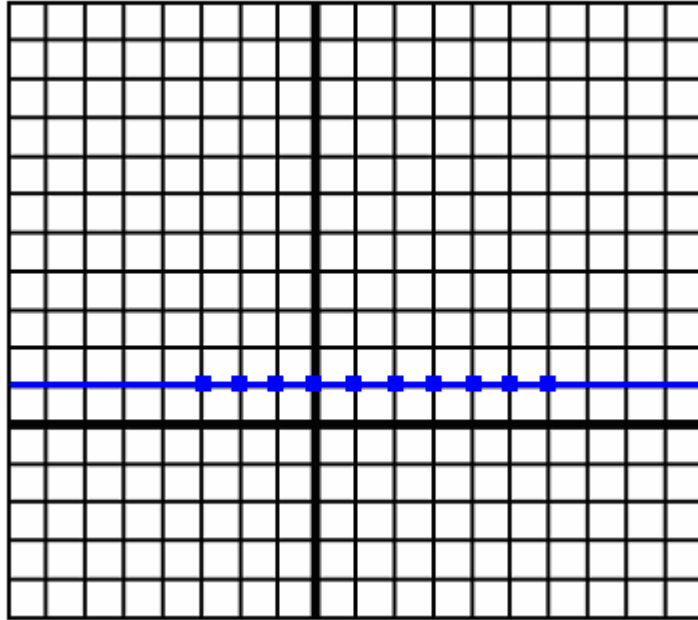
8. ¿Cómo describirías el comportamiento de la gráfica?

- La gráfica crece rápidamente,
- los valores de $f(x)$ nunca son negativos,
- los valores de $f(x)$ pueden ser tan pequeños o tan grandes como queramos,
- no tiene intercepto en x ,
- el intercepto en y ocurre cuando x es 0,
- etc.



Caso 2: $b = 1$

x	$f(x)$
-3	1
-2	1
-1	1
0	1
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
.	.
.	.
.	.



- ¿Cómo describirías el comportamiento de la gráfica?
Constante. El valor de y no cambia con el valor de x .
- ¿En qué punto interseca el eje y y la gráfica de esta función?
La gráfica interseca el eje y en el punto $(0,1)$.
- ¿En qué punto interseca el eje x la gráfica de esta función?
La gráfica no interseca el eje x .



¿A qué conclusiones puedes llegar?

Discusión y Cierre:

Podemos ver cómo las funciones exponenciales nos ayudan a saber cuántos ancestros tenemos en nuestro árbol genealógico en cada generación ancestral y cuántos tenemos en total.

¿Qué otras situaciones piensas que pueden modelarse con funciones exponenciales?



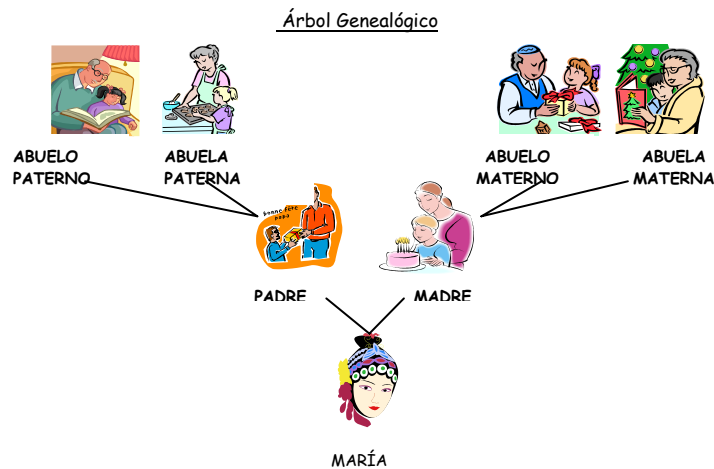
Conoce tu Genealogía

Hoja del Estudiante

Nivel 10-12

Actividad de Matemáticas

I. María tiene interés en conocer el origen de su linaje, y decide generar su árbol genealógico. Al terminar de construirlo (uno parecido al que se muestra a continuación), se da cuenta que su familia por la rama paterna y su familia por la rama materna no tienen ascendencia común.



María decide generar una tabla para ver la cantidad de ancestros que tiene y construye una parecida a la que se muestra a continuación. Completa la información que María desea conocer:

Generaciones Ancestrales	1	2	3	4	5
Cantidad de Ancestros					

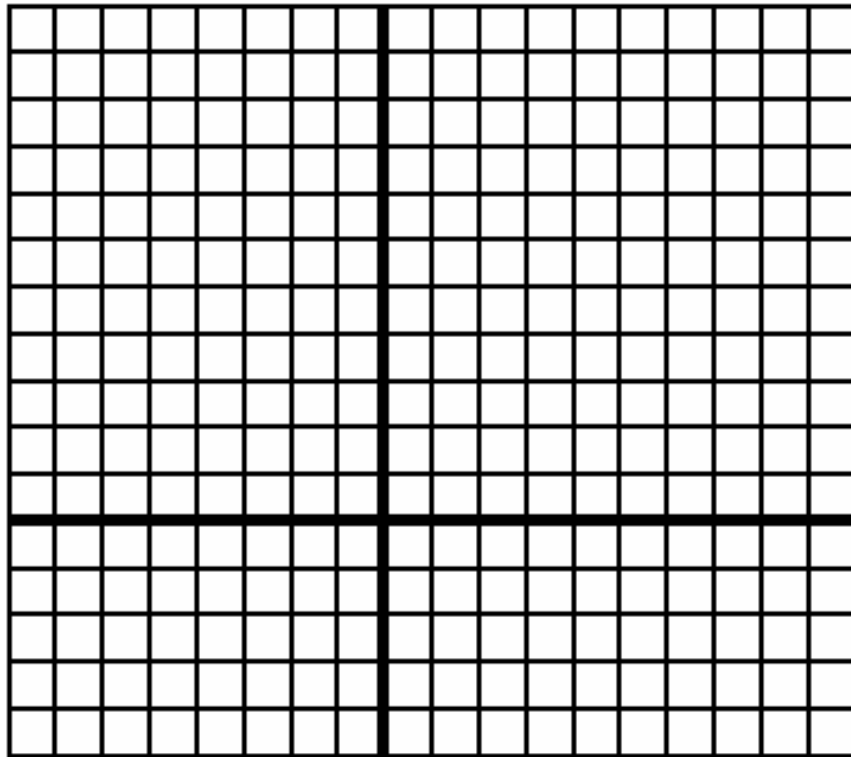
7. ¿Existe algún patrón entre las generaciones ancestrales de María y la cantidad de ancestros que tiene? Justifica en un párrafo tu contestación:



8. ¿Cuántos ancestros tendrá María en su octava generación ancestral?
¿Cuántos ancestros tiene María en su generación?

9. Basado en tu respuesta anterior, propón una ecuación que justifique tu explicación.

10. Grafica los puntos que generaste en la tabla anterior.



- a. ¿Existe alguna relación matemática que explique los valores obtenidos en tu tabla y los presentados en la gráfica? ¿Cuál?



Alianza para el Aprendizaje de las Ciencias y las Matemáticas
(AIACiMa)

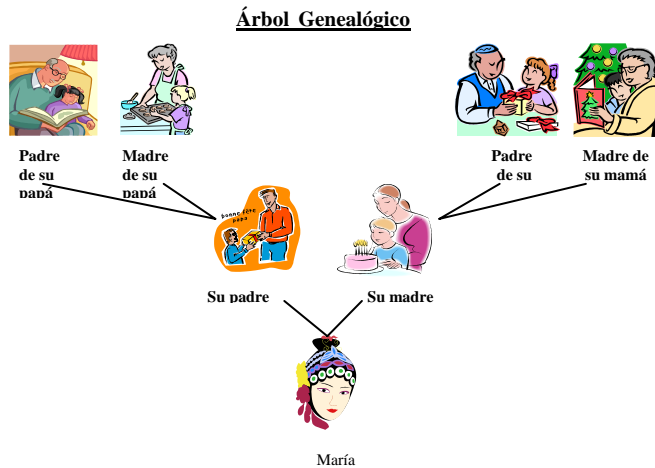
¿A qué conclusiones puedes llegar?

¿Qué otras situaciones piensas que pueden modelarse con funciones exponenciales?



María está observando su árbol genealógico como muestra el diagrama que podemos observar a nuestra derecha.

Asumamos lo siguiente: entre los ancestros de María no va existir familiares comunes. (**No va existir familiares comunes que se comparta entre ambas familias**)



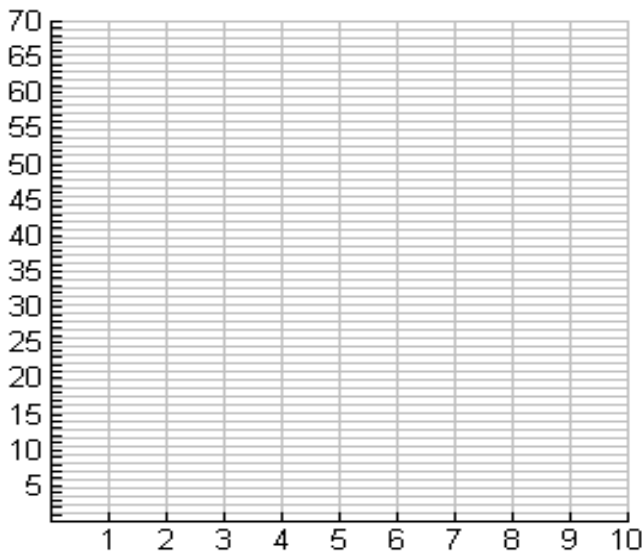
Complete la siguiente tabla:

Generaciones	0	1	2	3	4	5	...	n
Ancastro con la generación	$U_0=1$	$U_2=2$...	

¿Puedes reconocer que tipo de recurrencia es? Justifica tu respuesta:

Establezca la formula de recurrencia:

Realice la gráfica de la recurrencia:



Establezca la fórmula explícita de la recurrencia:



Alianza para el Aprendizaje de las Ciencias y las Matemáticas (AIACiMa)

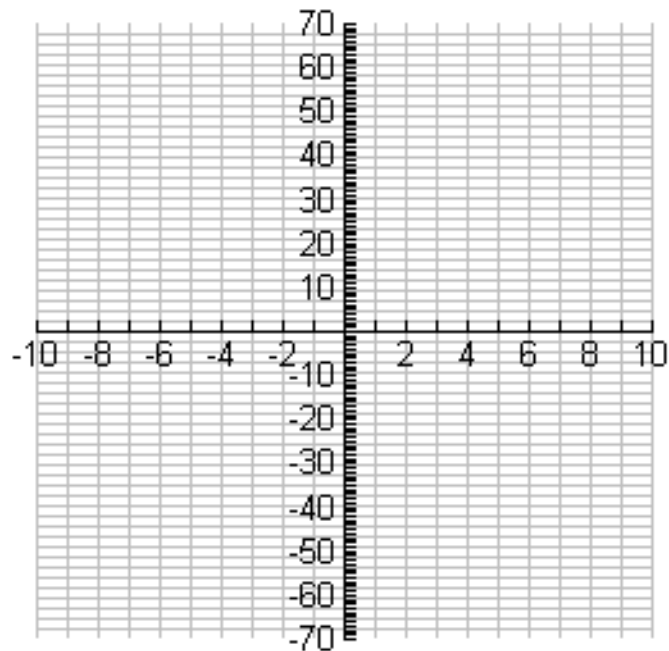
La fórmula explícita que usted estableció en la repuesta anterior, se puede expresar en forma de función: $(F(x) = ?)$

¿A que conclusión usted puede llegar, a base de las función que usted estableció?

¿Puede reconocer el tipo de función que es?

Realice la gráfica que usted estableció:

x	f(x)



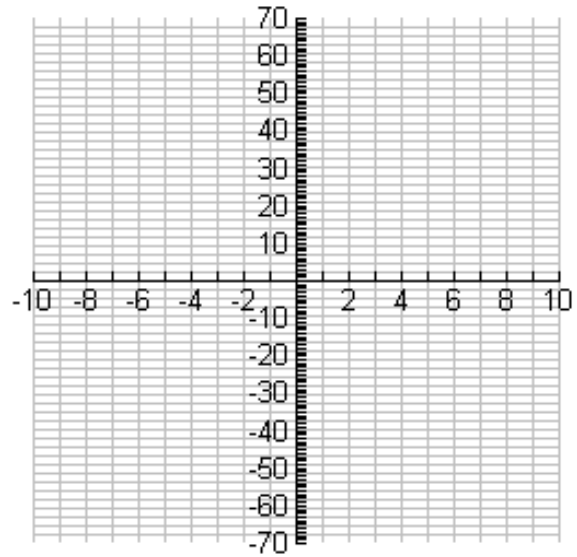
¿Cómo es el comportamiento de la gráfica?

Establezcamos la función de la siguiente manera $f(x) = b^x$, donde b es un número real. Escoja un $b > 0$ cualesquiera y realice la gráfica, haga lo mismo pero con $b = 1$, luego con $0 < b < 1$.



Caso 1: ($b > 0$)

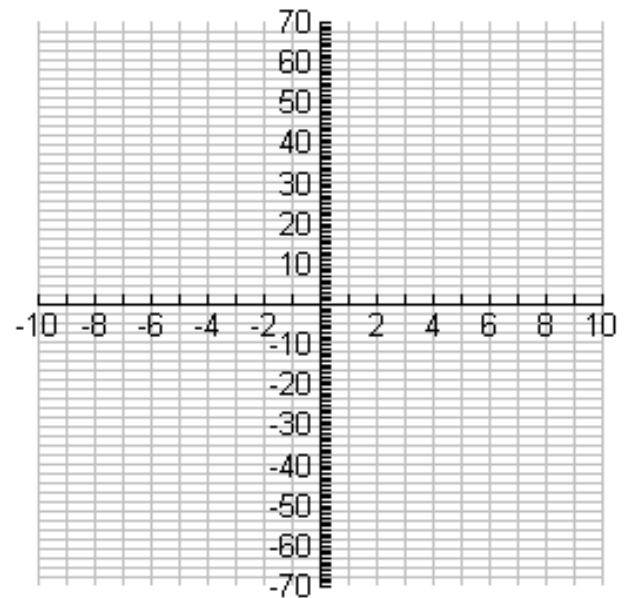
x	f(x)



¿Cómo es el comportamiento de la gráfica?

Caso 2: ($b = 1$)

x	f(x)

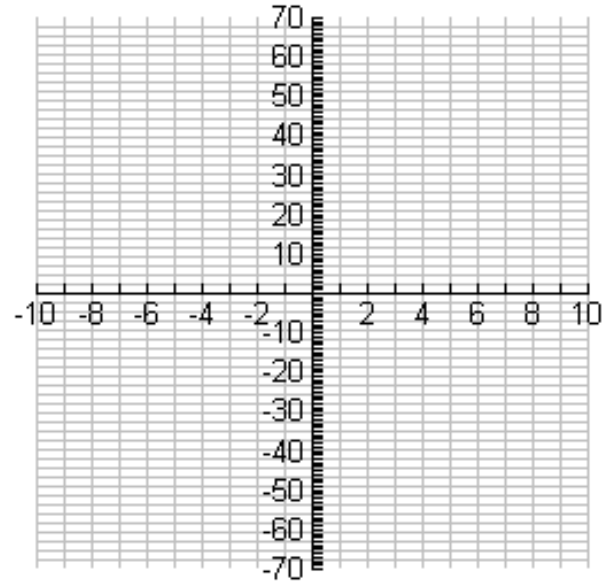


¿Cómo es el comportamiento de la gráfica?



Caso 3: ($0 < b < 1$)

x	f(x)



¿Cómo es el comportamiento de la gráfica?

A que conclusiones puede usted llegar: