



## A la carrera

Guía del Maestro  
Noveno grado  
Actividad de Matemáticas

### Propósito:

Con esta actividad se espera que el estudiante pueda evaluar inferencias sobre la población basadas en información proveniente de muestras de diferentes tamaños.

### Estándares:

Con esta actividad se atienden los siguientes estándares:

De contenido:

Análisis de datos y probabilidad

De ejecución:

Evaluar si una muestra de una población es representativa.

Realizar observaciones acerca de las diferencias entre muestras de diferentes tamaños.

Hacer conjeturas sobre la población a partir del análisis de los datos de las muestras.

Establecer conexiones entre la estadística y la probabilidad.

De proceso:

Comunicación, conexiones y representación

**Conceptos:** Muestra representativa

Tamaño de la muestra

Población

Probabilidad empírica

Probabilidad teórica

### Tiempo:

2 períodos de clase de 50 minutos.

### Materiales:

Un par de dados por grupo

Juego de la carrera de autos con sus instrucciones (una copia para cada estudiante)



Transparencias en blanco

Transparencia de la *hoja de registro*

Transparencia de la hoja de *líderes en posiciones intermedias*

Transparencia de la hoja de *resumen de la carrera* (4)

Marcadores para transparencia

### **Preparación:**

La maestra fotocopiará el juego de la carrera de autos (una por grupo). También puede hacer copias adicionales para repartir a todos los estudiantes después de terminada la actividad. La maestra preparará las transparencias necesarias.

### **Introducción:**

Esta actividad le provee a la maestra la oportunidad de determinar las conclusiones a las que llegan los estudiantes con respecto a la distribución de las sumas a medida que aumenta el número de lanzamientos de los dados. También, ofrece información sobre las predicciones de los estudiantes.

### **Trasfondo:**

En los grados anteriores, los estudiantes han estudiado la probabilidad como una medida de la posibilidad de que ocurra un evento y han trasladado las ideas de probable, improbable o certeza en fracciones propias, el número cero o uno. También, han utilizado la información que recolectan para estimar la probabilidad de que algo ocurra. Al ser un ejemplo típico, es posible que los estudiantes hayan estudiado el experimento de lanzar un par de dados.

### **Inicio (Instrucciones Preliminares):**

La maestra le formula siguiente pregunta a los estudiantes: ¿Cómo uno distingue un juego justo de uno que no lo es?

Los estudiantes deben justificar su respuesta. Algunos estudiantes dirán que un juego es justo si todos los jugadores ganan un número igual de veces, otros responderán que un juego es justo si ningún jugador tiene ventaja. Esto último es lo mismo que decir que cada jugador tiene la misma probabilidad de ganar, aunque no se debe esperar que los estudiantes utilicen esta terminología. Algunos estudiantes pensarán que un juego no es justo si ellos no pueden ganar. Este pensamiento refleja un tipo egocéntrico de razonamiento que no tiene ninguna base en ideas matemáticas.



### **Procedimiento:**

#### **Organización de los grupos**

La maestra divide la clase en grupos de dos estudiantes y reparte el Juego de la carrera de autos. Después de leer y verificar que los estudiantes han entendido las instrucciones (puede utilizar la transparencia para demostrar el juego) les preguntará si piensan que el juego es justo. En este punto, no pedirá justificación para la respuesta. Algunos estudiantes pensarán erróneamente que cada carro tiene la misma probabilidad de ganar y dirán que el juego es justo.

Antes de empezar el juego los estudiantes deben contestar las preguntas 1 y 2 que aparecen después de las reglas del juego.

#### **Recolección de la información**

Un estudiante lanzará los dados y el otro completará la tabla de registro teniendo cuidado en identificar el carro que llega a cada posición intermedia. El carro ganador es el primero que llegue a la posición 10.

Después de terminar el juego, los estudiantes contestarán las preguntas de la 3 a la 5.

La maestra puede permitir que los estudiantes comparen sus respuestas con las de otros grupos antes de que empiece la discusión de la actividad con la clase completa.

### **Concepciones alternas típicas de los estudiantes:**

Los estudiantes que contestaron inicialmente que todos los carros tenían la misma probabilidad de ganar han confrontado una contradicción entre su pensamiento y los resultados del ejercicio. En la discusión de los resultados los estudiantes deben aclarar este concepto.

### **'Assessment':**

El 'assessment' se debe dar a lo largo de toda la actividad. La maestra debe enfatizar el uso apropiado del lenguaje matemático y al desarrollo de otras destrezas de comunicación como el aprender a escuchar y a diferir de las opiniones de otros.

### **Discusión y Cierre:**

La maestra pide a los estudiantes que expliquen su predicción inicial. Es importante que los estudiantes escuchen a sus compañeros y aprendan a ser respetuosos de sus opiniones. Por su experiencia previa, es posible que los estudiantes perciban al número siete como el número de la suerte, otros pensarán que tiene más



posibilidad de ganar porque es el número del centro. Algunos estudiantes contestarán que es la suma que tiene mayor probabilidad de aparecer al lanzar dos dados.

La maestra discutirá las respuestas de las preguntas de la 3 a la 5.

Utilizando la transparencia *Resumen de líderes posiciones intermedias*, la maestra anotará el líder en cada posición para cada uno de los grupos y pedirá a los estudiantes que traten de determinar algún patrón.

A continuación se presenta una tabla de resumen de líderes intermedios para 14 grupos.

Grupo # número	Líder en la posición intermedia #									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8	7	7	5	6	7	5	7	7	7
2	2	6	9	5	7	7	7	8	7	8
3	4	9	5	7	6	6	6	7	8	7
4	10	3	6	9	8	9	8	6	9	6
5	3	5	7	6	5	9	7	9	6	7
6	6	7	7	8	5	8	7	5	6	7
7	11	10	10	7	7	5	9	7	8	7
8	12	8	8	7	7	5	9	8	7	7
9	9	3	8	8	9	7	6	6	7	8
10	8	7	7	6	9	6	7	7	8	7
11	7	6	6	10	7	8	7	8	9	6
12	5	10	7	6	8	7	8	8	5	7
13	10	6	5	8	6	7	7	6	7	7
14	7	4	9	7	9	6	6	7	6	8

Los líderes en las primeras posiciones tienen mayor probabilidad de ser más diversos que los líderes de las últimas posiciones. Este resultado refleja la ley de los números grandes: los resultados de una muestra pequeña (después de lanzar tres o cuatro veces los dados) no reflejan la característica de la población tan precisamente como el resultado de una muestra grande (después de 60 lanzamientos).

La maestra pedirá a los estudiantes que expliquen por qué la lista se hace menos diversa en las últimas posiciones. Al tratar de justificar sus respuestas, la maestra puede determinar la madurez del pensamiento probabilístico de los estudiantes.

Una discusión interesante puede resultar de la pregunta: ¿Después de qué posición se puede ver la tendencia de los datos?. Algunos estudiantes observarán que los carros 6, 7 y 8 aparecen como líderes con más frecuencia después de la tercera posición.



Alianza para el Aprendizaje de las Ciencias y las Matemáticas  
(ALACiMa)

Un registro de los recorridos de los carros líderes, en el ejemplo anterior, ayudará a ver que los cambios se presentan en las posiciones 2, 3, 5 y 10.



posición intermedia	recorrido de los carros líderes
1	2-12
2	3-10
3	5-10
4	5-10
5	5-9
6	5-9
7	5-9
8	5-9
9	5-9
10	6-8

El punto clave para resaltar en la discusión es la importancia del tamaño de la muestra para hacer generalizaciones con respecto a la población. Es importante recordar que para llegar a la meta se han lanzado los dados 60 veces aproximadamente, mientras que para llegar a la segunda posición se han lanzado los dados 5 o 6 veces.

**Posibles Extensiones:**

Por otra parte, se puede hacer mención de la definición empírica de probabilidad. La maestra pide a los estudiantes que consoliden los resultados de 4 grupos en una transparencia de la hoja de resumen de la carrera y las coloca una sobre otra en el proyector. Un estudiante debe explicar por qué las gráficas son similares y por qué tiene la misma forma. La siguiente tabla puede ayudar a explicar la respuesta

					(6,1)					
				(5,1)	(5,2)	(6,2)				
			(4,1)	(4,2)	(4,3)	(5,3)	(6,3)			
		(3,1)	(3,2)	(3,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)		
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)	
(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)
Carro 2	Carro 3	Carro 4	Carro 5	Carro 6	Carro 7	Carro 8	Carro 9	Carro 10	Carro 11	Carro 12



## Juego de la carrera de autos



### DESCRIPCIÓN

Este juego es una carrera entre once autos numerados del 2 al 12. Los números de los carros corresponden a los posibles totales cuando se lanzan dos dados. Las reglas del juego son las siguientes.

### REGLAS

- Lanza dos dados y suma los valores en la cara superior.
- Coloca una x en la columna correspondiente al carro que indica la suma de los dados en la hoja de registro de la carrera. Debe empezar desde la parte inferior de la tabla. La meta se encuentra en la parte superior.
- En la segunda columna de la tabla, escribe el número del primer carro que llega a la posición intermedia.
- Sigue lanzando los dados y marcando una x en el número que indican los dados.
- El ganador es el primero que llegue a la posición 10.

### ANTES DE EMPEZAR CONTESTA LAS SIGUIENTES PREGUNTAS

1. ¿Tienen todos carros la misma oportunidad de ganar la carrera?

---

---

2. ¿Cuál carro esperas que gane? \_\_\_\_\_

3. ¿Cuál carro crees que será el que esté más lejos de la meta cuando llegue el primero?



## Juego de la carrera de autos

Tabla de Registro



posición intermedia	Primer carro en llegar a la posición intermedia	Número de veces que se han lanzado	carros										
			2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10													
9													
8													
7													
6													
5													
4													
3													
2													
1													
		salida											

3.- ¿Cuál carro ganó?

4.- ¿Cuál carro quedó más lejos de la meta cuando llegó el primero?

5.- Si se repite el juego, ¿cuál crees que ganará?







Juego de la carrera de autos  
Líderes en las posiciones intermedias



Grupo # número	Líder en la posición intermedia #									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										



## A la carrera

Guía del Estudiante

Nivel 7-9

Actividad de Matemáticas

### Procedimiento:

1. Organización de la clase. El maestro divide la clase en grupos de dos estudiantes.
2. En cada grupo y en forma colaborativa los estudiantes contestarán la siguiente pregunta :  
¿Cómo se distingue un juego justo de uno que no es justo?
3. Este juego se llama A La Carrera.

### DESCRIPCIÓN

Este juego es una carrera entre once autos numerados del 2 al 12. Los números de los carros corresponden a los posibles totales cuando se lanzan dos dados. Las reglas del juego son las siguientes.

### REGLAS

- Lanza dos dados y suma los valores en la cara superior.
- Coloca una x en la columna correspondiente al carro que indica la suma de los dados en la hoja de registro de la carrera. Debe empezar desde la parte inferior de la tabla. La meta se encuentra en la parte superior.
- En la segunda columna de la tabla, escribe el número del primer carro que llega a la posición intermedia.



- Sigue lanzando los dados y marcando una x en el número que indican los dados.
  - El ganador es el primero que llegue a la posición 10.
4. Antes de empezar a jugar contesta las siguientes preguntas:
- a. ¿Tienen todos los carros la misma oportunidad de ganar la carrera?

---

---

- b. ¿Cuál carro esperas que gane? \_\_\_\_\_
- c. ¿Cuál carro crees que será el que esté más lejos de la meta cuando llegue el primero? \_\_\_\_\_

5. A cada grupo se le entregará un par de dados. Vamos a jugar.

Un estudiante lanzará los dados y el otro completará la tabla de registro de las sumas teniendo cuidado en identificar el carro que llega a cada posición intermedia y anotar el número de veces que se han lanzado los dados. El carro ganador es el primero que llegue a la posición 10.

Como una medida de seguridad se recomienda que en cada lanzamiento de los dados se registre la suma en las tablas que siguen: primero en la TABLA DE REGISTRO I y luego en la TBLA DE REGISTRO II.

En la TABLA DE REGISTRO I la columna #L registra el número del lanzamiento y en la columna Suma escribe la suma de las pintas en las caras superiores de los dados.



TABLA DE REGISTRO I

#L	Suma	#L	Suma	#L	Suma	#L	Suma	#L	Suma
1		16		31		46		61	
2		17		32		47		62	
3		18		33		48		63	
4		19		34		49		64	
5		20		35		50		65	
6		21		36		51		66	
7		22		37		52		67	
8		23		38		53		68	
9		24		39		54		69	
10		25		40		55		70	
11		26		41		56		71	
12		27		42		57		72	
13		28		43		58		73	
14		29		44		59		74	
15		30		45		60		75	

TABLA DE REGISTRO II

Posición intermedia	Primer carro en llegar a la posición intermedia	Número de veces que se han lanzado	carros										
			2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10													
9													
8													
7													
6													
5													
4													
3													





2																			
1																			
			salida																

6. Después de terminar el juego, los estudiantes contestarán las siguientes preguntas:

- ¿Cuál carro ganó?
- ¿Cuál carro quedó más lejos de la meta cuando llegó el primero?
- Si se repite el juego, ¿cuál crees que ganará?

7. Compara las contestaciones de tu grupo con uno de los grupos inmediatos. ¿Difieren las contestaciones?

8. Luego de haber jugado coteja las contestaciones a las preguntas en la parte 4. ¿Difieren las contestaciones? Explica.

9. Un representante de cada grupo informará los líderes en las posiciones intermedias y cada grupo completará la siguiente tabla.

Grupo número	Líder en la posición intermedia #									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										



8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										

10. Luego de haber completado la tabla, cada estudiante contestará la siguiente pregunta:

a. ¿Cuál es el recorrido de las sumas por posición?

posición	recorrido de las sumas
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

b. ¿En qué posiciones hay menos variación entre las sumas? Explica tu contestación.

c. ¿Qué sumas aparecen con más frecuencia después de la tercera posición?



d. ¿Cuál crees que es la suma con mayor probabilidad de aparecer al lanzar dos dados? ¿Por qué?

11. Compara los lideres al lanzar los dados menos de 6 veces con los lideres al lanzar los dados más de 40 veces? Explica la diferencia.

### Rúbrica de autoevaluación

Criterios	Sí	No	Observaciones
¿ Puedo clasificar una muestra como representativa de la población?			
¿ Hice conjeturas sobre la población a partir del análisis de los datos de las muestras?			
¿ Es importante el tamaño de la muestra?			

### Hoja de autocotejo del aprendizaje

Luego de haber completado esta actividad:

¿Qué yo sabía?	¿Qué aprendí?	¿Qué no aprendí?	Comentarios





--	--	--	--